COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 26 NOVEMBRE 1877.

PRÉSIDENCE DE M. PELIGOT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **Dumas** annonce à l'Académie, au nom de la Commission chargée de préparer les expéditions pour l'observation du passage de Vénus en 1874, que la première Partie du tome Ier de la collection des documents publiés par cette Commission est en distribution au Secrétariat. Elle contient l'ensemble des procès-verbaux des séances de la Commission.

La IIe et la IIIe Partie de ce volume ayant été antérieurement publiées et distribuées, le tome Ier est maintenant complet.

HYDROGRAPHIE. — *Positions géographiques des principaux points de la côte de Tunisie et Tripoli*. Note de M. E. **Mouchez**.

« Pendant la campagne hydrographique du *Castor*, dans les golfes des Syrtes, en 1876, nous avons déterminé, dans de bonnes conditions, par des observations astronomiques faites à terre, la latitude et la longitude d'une cinquantaine de points à peu près également répartis dans une étendue de 300 lieues de côte, et qui ont servi de base pour la construction de nos cartes.

» A l'aide d'une série continue de stations au théodolite, nous avons relié à ces points principaux toutes les côtes intermédiaires.

» Les observations astronomiques ont été faites avec un bon théodolite de Brunner donnant les 10 secondes.

» Nous avions quatre chronomètres, dont trois étaient excellents et n'ont guère varié, dans leur marche diurne, que d'une demi-seconde en plus ou en moins autour de la marche moyenne pendant nos douze mois de campagne; leur compensation était parfaite dans les faibles écarts de température que nous avons éprouvés, le thermomètre s'étant continuellement maintenu, dans l'armoire des montres, entre 15 et 26 degrés.

» Les différences de longitude ont été déterminées à l'aide de traversées fort courtes, de deux, trois à quatre jours; et, toutes les fois que cela a été possible, on a repassé par les mêmes points pour multiplier les résultats obtenus, en accroître l'exactitude et vérifier les marches diurnes.

» L'état absolu des chronomètres était obtenu en chaque point pour midi, à l'aide d'observations d'angles horaires faites matin et soir à égale distance du méridien, ou à l'aide de hauteurs correspondantes. L'heure était connue, par ce procédé, à 2 ou 3 dixièmes de seconde près. Les latitudes étaient déterminées par quinze ou vingt distances zénithales doubles du Soleil à 5 ou 6 secondes près.

» La déclinaison de l'aiguille aimantée a été observée à l'aide d'un bon théodolite-boussole, de Brunner, qui nous donnait cet élément à 2 ou 3 minutes près par une facile et courte opération.

» J'ai été assisté dans ces observations par M. l'enseigne de vaisseau Delacroix, que j'avais chargé des chronomètres et qui est devenu, en peu de temps, fort habile observateur, et par M. le lieutenant de vaisseau Vincent, pour les observations de la déclinaison.

» Notre travail s'est étendu vers l'est jusqu'à Benghazi, extrémité orientale de la grande Syrte, point où commencent la Cyrénaïque et les travaux des hydrographes anglais sur la côte d'Égypte.

» Je donne dans le tableau suivant les positions des villes et des trente principaux points faciles à retrouver en tout temps comme formant des caps ou des points remarquables.

» Notre collègue, M. Lœwy, assisté des officiers d'état-major, ayant relié très-exactement, à l'aide du télégraphe, le réseau géodésique algérien au méridien de Paris, j'ai pu obtenir les longitudes absolues de tous les points où j'ai observé, en les rapportant à ce réseau. Nous avons fait pour cela quatre traversées de trois à quatre jours entre *Tunis*, notre point de départ, et la frontière algérienne; l'accord très-satisfaisant de toutes ces observations, la régularité parfaite de la marche de nos chronomètres, et les minutieuses

précautions que nous avons prises nous permettent de compter que toutes les longitudes indiquées dans ce tableau doivent être exactes à 1 seconde de temps près.

» Les quelques rares circonstances où l'on trouve plus de 8 ou 10 lieues d'intervalle entre les observations correspondent à des parties de côte qui n'étaient pas abordables sans trop de danger, soit à cause de l'état de la mer, soit à cause de l'hostilité flagrante des indigènes. On a comblé alors ces lacunes par des observations beaucoup plus multipliées, faites à bord du navire, très-près de terre, et les faibles erreurs qui peuvent en résulter sont tout à fait inappréciables à l'échelle de publication de nos cartes.

POSITIONS GÉOGRAPHIQUES DES POINTS LES PLUS REMARQUABLES DES CÔTES DE TUNIS ET TRIPOLI, ENTRE GABÈS ET BENGHAZI.

(Phare d'Alger. Longitude télégraphique adoptée comme point de départ = 2m55s,9.)

		Déclinaison.	Latitude.	Longitude en temps.
		° ′	° ′ ″	h m s
La Goulette (Tunis).......	Débarcadère près du pont, à l'angle sud-ouest du fort........................	12.34	36.48.49 N	0.31.52,1 E
Sfax......................	Le quai, près de la porte de la ville...	12.12	34.43.50	0.33.42,6
Oued Mélah...............	Embouchure de la rivière...............	12.22	34.00.30	0.30.49,3
Gabès.....................	Embouchure de la rivière.............	12.22	33.53.20	0.31. 6,4
Station 60 (1)............	Près d'un marabout....................	12.15	34.41 33	0.32. 3,7
Station 62................	Fin ouest de la falaise Edjin, près de l'île Djerba........................	12. 8	33.41.43	0.33.21,1
Houml Souk...............	Le fort (île Djerba)....................	12. 8	33.53.00	0.34. 4,0
Sidi Zecri.................	Marabout sur la côte nord-est de Djerba.	11.55	33.51.34	0.34.33,2
Sidi Garou................	Marabout sur la côte est de Djerba.....	11.52	33.46.56	0,34.49,9
Fort Kastine..............	Pointe S.-E. de Djerba..................	11.40	33.41. 2	0.34.29,7
Zarzis.....................	La Santé................................	11.45	33.29.52	0.35. 4,7
Fort Biban................	Façade méridionale....................	11.42	33.16. 8	0.35.50,5
Station 138...............	Point de la plage à 1mille,1 au sud et 3′40″ à l'est du cap Makabez.........	11.32	33. 5.48	0.37.43,2
Station 155...............	Pointe la plus saillante entre Zouara et Zouaga..............................	11.35	32.53.10	0.39.28,
Tripoli....................	La Santé................................	11.30	32.54. 1	0.43.21,7
Sidi el Delsi..............	Marabout près de l'oasis de Tadjourah..	11.15	32.53.32	0.44. 1,3
Station 213...............	Sommet du cap le plus saillant de cette partie de la côte.....................	11.00	32.48.10	0.45.52,3
Leptis magna.............	Entrée du port romain, près de Komz...	10.55	32.38.19	0.47.51,1
Station 193...............	Première pointe à l'est de Zéliten.. ...	″	32.29.49	0.48.59,7
Cap Masratah.............	Fond de la crique, près des maisons, devant le mouillage.................	10.31	32.22.22	0.51.31,7

(1) Les chiffres de la première colonne indiquent les numéros d'ordre des stations du théodolite où l'on a déterminé la position astronomique; en se reportant aux registres et à la carte minute, il sera facile de les retrouver si l'on en a besoin.

			Décli-naison.	Latitude.	Longitude en temps.
				° ′ ″	h m s
Golfe de la grande Syrte.	Station 253	Dune remarquable sur la plage.........	〃	31.45.45 N	0.52.29,1 E
	Station 252	Pointe de sable à 1 mille,7 de Djebel Kalifa Ali..............................	〃	31.19.58	0.54.14,6
	Station 251	Ruines du fort Mersa Zafran, au port de Chebek..........................	° ′ 10.00	31.12.35	0.57. 3,0
	Station 249	Point culminant du cap Soltan	〃	31.04.36	1. 0.11,6
	Station 248	Pointe saillante entre Ras Elberek et Ras el Yehoudya	〃	30.47.00	1. 3.31,3
	Station 247	Pointe de sable à 2 milles N. 33° O. de Djebel Magta.........................	〃	30.19.21	1. 6.14,5
	Station 245	Fond de la crique du port de Brega.....	8.45	30.24.39	1. 9. 0,7
	Station 242	Point de la plage devant les trois écueils.	8.52	30.55.31	1.11. 3,0
Ilot sud des trois écueils...		Le milieu..........................	〃	30.53.59	1.10.54,5
Benghazi.................		Le quai de la ville, près du débarcadère.	8.50	32. 7. 4	1.10.52,7

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques applications des fonctions elliptiques* (suite). Note de M. **Hermite**.

« XII. Dans la théorie de la rotation d'un corps autour d'un point fixe O, le mouvement d'un point quelconque du solide se détermine en rapportant ce point aux axes principaux d'inertie Ox', Oy', Oz', immobiles dans le corps, mais entraînés par lui, et dont on donne la position à un instant quelconque par rapport à des axes fixes Ox, Oy, Oz, le plan des xy étant le plan invariable et l'axe Oz la perpendiculaire à ce plan. Soient donc x, y, z les coordonnées d'un point du corps par rapport aux axes fixes, et ξ, η, ζ les coordonnées par rapport aux axes mobiles; ces quantités seront liées par les relations

$$x = a\xi + b\eta + c\zeta,$$
$$y = a'\xi + b'\eta + c'\zeta,$$
$$z = a''\xi + b''\eta + c''\zeta,$$

et la question consiste à obtenir en fonction du temps les neuf coefficients a, b, c, ... Jacobi le premier en a donné une solution complète et définitive, qui offre l'une des plus belles applications de calcul à la Mécanique et ouvre en même temps des voies nouvelles dans la théorie des fonctions elliptiques. C'est à l'étude des résultats si importants découverts par l'immortel géomètre que je dois les recherches exposées dans ce travail, et tout d'abord l'intégration de l'équation de Lamé, dans le cas dont je viens de m'occuper, où l'on suppose $n = 1$; on va voir en effet comment la théorie de la rotation, lorsqu'il n'y a point de forces accélératrices, se trouve étroitement liée à cette équation.

» Pour cela je partirai des relations suivantes, données dans le tome II du *Traité de Mécanique* de Poisson, p. 135 :

$$\frac{da}{dt} = br - cq, \quad \frac{da'}{dt} = b'r - c'q, \quad \frac{da''}{dt} = b''r - c''q,$$
$$\frac{db}{dt} = cp - ar, \quad \frac{db'}{dt} = c'p - a'r, \quad \frac{db''}{dt} = c''p - a''r,$$
$$\frac{dc}{dt} = aq - bp, \quad \frac{dc'}{dt} = a'q - b'p, \quad \frac{dc''}{dt} = a''q - b''p,$$

dans lesquelles p, q, r sont les composantes rectangulaires de la vitesse de rotation, par rapport aux mobiles Ox', Oy', Oz'. Cela étant, des conditions connues

$$p = \alpha a'', \quad q = \beta b'', \quad r = \gamma c'',$$

où α, β, γ sont des constantes, on tire immédiatement les équations

$$\frac{da''}{dt} = (\gamma - \beta) b''c'', \quad \frac{db''}{dt} = (\alpha - \gamma) c''a'', \quad \frac{dc''}{dt} = (\beta - \alpha) a''b'',$$

dont une première intégrale algébrique est donnée par l'égalité

$$a''^2 + b''^2 + c''^2 = 1,$$

et une seconde intégrale par celle-ci :

$$\alpha a''^2 + \beta b''^2 + \gamma c''^2 = \delta,$$

δ étant une constante arbitraire. Ces quantités α, β, γ, δ sont liées aux constantes A, B, C, h, l du Mémoire de Jacobi, par les relations

$$\alpha = \frac{l}{A}, \quad \beta = \frac{l}{B}, \quad \gamma = \frac{l}{C}, \quad \delta = \frac{h}{l};$$

elles sont donc du signe de l qui peut être positif ou négatif, comme représentant le moment d'impulsion dans le plan invariable. Dans ces deux cas, β sera compris entre α et γ, puisqu'on suppose B compris entre A et C; mais j'admettrai, pour fixer les idées, que l soit positif. On voit de plus que, δ étant une moyenne entre α, β, γ, peut être plus grand ou plus petit que β : la première hypothèse donne $Bh > l^2$, et Jacobi suppose alors $A > B > C$; dans la seconde, on a $Bh < l^2$, avec $A < B < C$; ces conditions prendront, avec nos constantes, la forme suivante :

I. $\qquad \alpha < \beta < \delta < \gamma,$

II. $\qquad \alpha > \beta > \delta > \gamma,$

et nous allons immédiatement en faire usage en recherchant les expressions des coefficients a'', b'', c'', par des fonctions elliptiques du temps.

» XIII. J'observe, en premier lieu, qu'on obtient, si l'on exprime a'' et c'' au moyen de b'', les valeurs

$$(\gamma-\alpha)a''^2=\gamma-\delta-(\gamma-\beta)b''^2,\quad (\gamma-\alpha)c''^2=\delta-\alpha-(\beta-\alpha)b''^2.$$

Posons maintenant

$$a''^2=\frac{\gamma-\delta}{\gamma-\alpha}\mathrm{V}^2,\quad b''^2=\frac{\gamma-\delta}{\gamma-\beta}\mathrm{U}^2,\quad c''^2=\frac{\delta-\alpha}{\gamma-\alpha}\mathrm{W}^2,$$

puis

$$k^2=\frac{(\beta-\alpha)(\gamma-\delta)}{(\delta-\alpha)(\gamma-\beta)};$$

il viendra plus simplement

$$\mathrm{V}^2=1-\mathrm{U}^2,\quad \mathrm{W}^2=1-k^2\mathrm{U}^2.$$

Introduisons, en outre, la quantité $n^2=(\delta-\alpha)(\gamma-\beta)$; l'équation $\frac{db''}{dt}=(\alpha-\gamma)c''a''$ prend cette forme : $\frac{d\mathrm{U}}{dt}=n\mathrm{VW}$, et l'on en conclut, en désignant par t_0 une constante arbitraire,

$$\mathrm{U}=\mathrm{sn}[n(t-t_0),k],\quad \mathrm{V}=\mathrm{cn}[n(t-t_0),k],\quad \mathrm{W}=\mathrm{dn}[n(t-t_0),k].$$

» J'ajoute que les quantités $\frac{\gamma-\delta}{\gamma-\alpha}$, $\frac{\gamma-\delta}{\gamma-\beta}$, $\frac{\delta-\alpha}{\gamma-\alpha}$, $(\delta-\alpha)(\gamma-\beta)$ sont toutes positives et que k^2 est positif et moindre que l'unité, sous les conditions I et II. A l'égard du module il suffit en effet de remarquer que l'identité

$$(\delta-\alpha)(\gamma-\beta)=(\gamma-\alpha)(\delta-\beta)+(\beta-\alpha)(\gamma-\delta)$$

donne

$$k'^2=\frac{(\gamma-\alpha)(\delta-\beta)}{(\delta-\alpha)(\gamma-\beta)},$$

de sorte que k^2 et k'^2, étant évidemment positifs, sont par cela même tous deux inférieurs à l'unité. Ce point établi, désignons par $\varepsilon, \varepsilon', \varepsilon''$ des facteurs égaux à ± 1; en convenant de prendre dorénavant les racines carrées avec le signe $+$, nous pourrons écrire

$$a''=\varepsilon\sqrt{\frac{\gamma-\delta}{\gamma-\alpha}}\mathrm{V},\quad b''=\varepsilon'\sqrt{\frac{\gamma-\delta}{\gamma-\beta}}\mathrm{U},\quad c''=\varepsilon''\sqrt{\frac{\delta-\alpha}{\gamma-\alpha}}\mathrm{W},$$

et la substitution dans les équations

$$\frac{da''}{dt}=(\gamma-\beta)b''c'',\quad \frac{db''}{dt}=(\alpha-\gamma)c''a'',\quad \frac{dc''}{dt}=(\beta-\alpha)a''b''$$

donnera les conclusions suivantes. Admettons d'abord les conditions I : les trois différences $\gamma - \beta$, $\alpha - \gamma$, $\beta - \alpha$ seront négatives, et l'on trouvera $\varepsilon = -\varepsilon'\varepsilon''$, $\varepsilon' = -\varepsilon''\varepsilon$, $\varepsilon'' = -\varepsilon\varepsilon'$; mais sous les conditions II, ces mêmes quantités étant positives, nous aurons $\varepsilon = \varepsilon'\varepsilon''$, $\varepsilon' = \varepsilon''\varepsilon$, $\varepsilon'' = \varepsilon\varepsilon'$; ainsi, en faisant, avec Jacobi, $\varepsilon = -1$, $\varepsilon' = +1$, on voit qu'il faudra prendre $\varepsilon'' = +1$ dans le premier cas et la valeur contraire $\varepsilon'' = -1$ dans le second. Cela posé, et en convenant toujours que les racines carrées soient positives, je dis qu'on peut déterminer un argument ω par les deux conditions

$$\operatorname{cn}\omega = \sqrt{\frac{\gamma - \alpha}{\gamma - \delta}}, \quad \operatorname{dn}\omega = \sqrt{\frac{\gamma - \delta}{\gamma - \beta}};$$

d'où nous tirons $\frac{\operatorname{dn}\omega}{\operatorname{cn}\omega} = \sqrt{\frac{\gamma - \delta}{\gamma - \beta}}$; ces quantités satisfont en effet à la relation

$$\operatorname{dn}^2\omega - k^2\operatorname{cn}^2\omega = k'^2,$$

comme on le vérifie aisément. Je remarque, en outre, que, $\operatorname{cn}\omega$ et $\operatorname{dn}\omega$ étant des fonctions paires, on peut encore à volonté disposer du signe de ω. Or, ayant $\frac{\operatorname{sn}^2\omega}{\operatorname{cn}^2\omega} = \frac{\alpha - \delta}{\gamma - \alpha}$, nous fixerons ce signe de manière que, suivant les conditions I ou II, $\frac{\operatorname{sn}\omega}{i\operatorname{cn}\omega}$, qui est une fonction impaire, soit égal à $+\sqrt{\frac{\delta - \alpha}{\gamma - \alpha}}$ ou à $-\sqrt{\frac{\delta - \alpha}{\gamma - \alpha}}$. Nous éviterons, en définissant la constante ω comme on vient de le faire, les doubles signes qui figurent dans les relations de Jacobi; ainsi, à l'égard de a'', b'', c'', on aura, dans tous les cas, les formules suivantes, où je fais pour abréger $u = n(t - t_0)$:

$$a'' = -\frac{\operatorname{cn} u}{\operatorname{cn}\omega}, \quad b'' = \frac{\operatorname{dn}\omega \operatorname{sn} u}{\operatorname{cn}\omega}, \quad c'' = \frac{\operatorname{sn}\omega \operatorname{dn} u}{i\operatorname{cn}\omega}.$$

Enfin il est facile de voir que $\omega = iv$, v étant réel; de la formule $\operatorname{cn}(iv, k) = \frac{1}{\operatorname{cn}(v, k')}$, on conclut, en effet, $\operatorname{cn}(v, k') = \sqrt{\frac{\gamma - \delta}{\gamma - \alpha}}$, valeur qui est dans les deux cas non-seulement réelle, mais moindre que l'unité.

» XIV. J'aborde maintenant la détermination des six coefficients a, b, c, a', b', c' en introduisant les quantités

$$A = a + ia', \quad B = b + ib', \quad C = c + ic',$$

et partant des relations suivantes :

$$Aa'' + Bb'' + Cc'' = 0,$$
$$iA - Bc'' + Cb'' = 0,$$

qu'il est facile de démontrer. La première est une suite des égalités

$$aa'' + bb'' + cc'' = 0, \quad a'a'' + b'b'' + c'c'' = 0,$$

et la seconde résulte de celles-ci :

$$a = b'c'' - c'b'', \quad a' = b''c - c''b, \quad a'' = bc' - cb', \quad \ldots.$$

Qu'on prenne, en effet, les valeurs de a et a', on en déduira

$$a + ia' = (b' - ib)c'' - b''(c' - ic),$$

ce qui revient bien à la relation énoncée. Cela posé, je fais usage des équations de Poisson rappelées plus haut, et qui donnent

$$D_t A = Br - Cq, \quad D_t B = Cp - Ar, \quad D_t C = Aq - Bp,$$

puis, en remplaçant p, q, r par $\alpha a''$, $\beta b''$, $\gamma c''$,

$$D_t A = Bc''\gamma - Cb''\beta, \quad D_t B = Ca''\alpha - Ac''\gamma, \quad D_t C = Ab''\beta - Ba''\alpha.$$

» Mettons maintenant dans la première les expressions de B et C en A, qu'on tire de nos deux relations, à savoir

$$B = \frac{a''b'' - ic''}{a''^2 - 1} A, \quad C = \frac{a''c'' + ib''}{a''^2 - 1} A,$$

on obtiendra aisément

$$\frac{D_t A}{A} = \frac{(\gamma - \beta) a''b''c'' - i(\gamma c''^2 + \beta b''^2)}{a''^2 - 1},$$

ou bien encore

$$\frac{D_t A}{A} = \frac{a'' D_t a'' + i(\alpha a''^2 - \delta)}{a''^2 - 1},$$

et, par un simple changement de lettres, on en conclut, sans nouveau calcul,

$$\frac{D_t B}{B} = \frac{b'' D_t b'' + i(\beta b''^2 - \delta)}{b''^2 - 1},$$

$$\frac{D_t C}{C} = \frac{c'' D_t c'' + i(\gamma c''^2 - \delta)}{c''^2 - 1}.$$

Ces formules seront plus simples si l'on fait

$$A = \mathrm{a} e^{i\alpha t}, \quad B = \mathrm{b} e^{i\beta t}, \quad C = \mathrm{c} e^{i\gamma t};$$

car il vient ainsi

$$\frac{D_t a}{a} = \frac{a'' D_t a'' + i(\alpha - \delta)}{a''^2 - 1},$$

$$\frac{D_t b}{b} = \frac{b'' D_t b'' + i(\beta - \delta)}{b''^2 - 1},$$

$$\frac{D_t c}{c} = \frac{c'' D_t c'' + i(\gamma - \delta)}{c''^2 - 1}.$$

Cela étant, j'envisage la première, et pour un instant je pose $a''^2 - 1 = \mathfrak{a}^2$, ce qui donnera

$$\frac{D_t a}{a} = \frac{\mathfrak{a} D_t \mathfrak{a} + i(\alpha - \delta)}{\mathfrak{a}^2} = \frac{D_t \mathfrak{a}}{\mathfrak{a}} + i\frac{\alpha - \delta}{\mathfrak{a}^2}.$$

On en conclut ensuite, en différentiant,

$$\frac{D_t^2 a}{a} - \left(\frac{D_t a}{a}\right)^2 = \frac{D_t^2 \mathfrak{a}}{\mathfrak{a}} - \left(\frac{D_t \mathfrak{a}}{\mathfrak{a}}\right)^2 - 2i\frac{(\alpha - \delta) D_t \mathfrak{a}}{\mathfrak{a}^3};$$

puis encore, par l'élimination de $\frac{D_t a}{a}$,

$$\frac{D_t^2 a}{a} = \frac{D_t^2 \mathfrak{a}}{\mathfrak{a}} - \frac{(\alpha - \delta)^2}{\mathfrak{a}^4};$$

mais, comme conséquence de l'équation différentielle,

$$(D_t a'')^2 = (\gamma - \beta)^2 b''^2 c''^2 = [\delta - \beta - (\alpha - \beta)a''^2][\gamma - \delta - (\gamma - \alpha)a''^2],$$

on a la suivante :

$$\frac{\mathfrak{a}^2}{1 + \mathfrak{a}^2}(D_t \mathfrak{a})^2 = -(\delta - \alpha)^2 - (\delta - \alpha)(\beta + \gamma - 2\alpha)\mathfrak{a}^2 - (\beta - \gamma)(\gamma - \alpha)\mathfrak{a}^4,$$

qui peut s'écrire

$$(D_t \mathfrak{a})^2 + \frac{(\delta - \alpha)^2}{\mathfrak{a}^2}$$
$$= -(\delta - \alpha)^2 - (\delta - \alpha)(\beta + \gamma - 2\alpha)(1 + \mathfrak{a}^2) - (\beta - \gamma)(\gamma - \alpha)(\mathfrak{a}^2 + \mathfrak{a}^4).$$

Or on en tire, en différentiant et divisant ensuite les deux membres par $2\mathfrak{a} D_t \mathfrak{a}$,

$$\frac{D_t^2 \mathfrak{a}}{\mathfrak{a}} - \frac{(\delta - \alpha)^2}{\mathfrak{a}^4}$$
$$= -[(\delta - \alpha)(\beta + \gamma - 2\alpha) + (\beta - \alpha)(\gamma - \alpha)] - 2(\beta - \alpha)(\gamma - \alpha)\mathfrak{a}^2.$$

Nous avons donc, après avoir remplacé $\mathfrak{a}^2$ par $a''^2 - 1$,

$$\frac{D_t^2 \mathfrak{a}}{\mathfrak{a}} = (\beta - \alpha)(\gamma - \delta) - (\delta - \alpha)(\gamma - \alpha) - 2(\beta - \alpha)(\gamma - \alpha)a''^2;$$

c'est le résultat que j'avais en vue d'obtenir. »

ANATOMIE COMPARÉE. — *L'Échidné de la Nouvelle-Guinée.* Deuxième Note de M. P. Gervais.

« Si l'on compare le crâne de l'Échidné de la Nouvelle-Guinée à celui de l'animal de la même famille, qui habite l'Australie, on y remarque plusieurs traits distinctifs justifiant la séparation de cette espèce d'avec celle que l'on connaissait précédemment, et dont quelques-uns contribueront à caractériser le genre que j'ai proposé d'établir pour y placer ce curieux Mammifère ([1]).

» Non-seulement il a une longueur presque double, mais il est arqué, au lieu d'être droit et aplati, à sa face inférieure, et son rostre ou portion faciale, dont la courbure est plus accentuée que celle de la portion contenant le cerveau, est proportionnellement beaucoup plus allongé. La surface palatine en est plus excavée par suite du relèvement des bords de la mâchoire, et elle ressemble davantage à une gouttière. Elle est aussi plus étroite, que l'on considère soit sa région ptérygo-palatine, soit les maxillaires, soit encore l'espace occupé par les intermaxillaires depuis leur implantation dans la fissure antérieure du bord libre des maxillaires jusqu'à leur réunion en avant de l'ouverture extérieure des narines. L'échancrure qui existe entre les ptérygoïdiens ne forme que la moitié d'un ovale, et elle ne se prolonge pas entre les palatins comme dans l'espèce australienne, où elle figure un triangle isoscèle à sommet fort étroit. L'arc supérieur du trou rachidien est aussi plus régulier, et l'on n'y voit pas la petite échancrure ovalaire qui le surmonte dans l'espèce précédemment décrite. La boîte cérébrale est en même temps plus ample, et le moule de sa cavité intérieure montre que les circonvolutions des hémisphères du cerveau sont plus nombreuses.

» D'ailleurs, les principales particularités signalées par les anatomistes qui se sont occupés de l'Échidné ordinaire, Cuvier, M. Owen, etc., s'observent dans celui qui nous occupe, et l'on y trouve une nouvelle confirma-

---

([1]) *Comptes rendus,* t. LXXXV, p. 837.

tion de l'opinion que l'on s'était faite des affinités de ce dernier lorsque l'on a comparé la famille dont il est devenu le type aux Édentés, plus particulièrement aux Fourmiliers et aux Pangolins. On sait que ces affinités n'avaient pas échappé au naturaliste anglais Shaw, l'un des premiers auteurs qui aient parlé de l'Échidné, puisqu'il en avait fait une espèce de Fourmilier sous le nom de *Myrmecophaga aculeata*.

» Bien que le crâne que nous avons sous les yeux, et qui est celui de notre exemplaire mâle, soit dans un état très-avancé d'ossification et que presque tous les os en soient devenus coalescents, on y retrouve les principaux caractères connus dans l'autre genre d'Échidnidés, et la disposition générale des trous nerveux et vasculaires y est sensiblement la même.

» Le trou sous-orbitaire y présente également une grande longueur (0, 100), et l'on voit aussi extérieurement sur les côtés de la boîte cérébrale, à partir d'un point situé à 0, 008 au-dessus de la cavité glénoïde jusqu'à un autre point enfoncé sous le commencement de la fosse sphéno-orbitaire, le canal particulier à cette famille de Monotrèmes qui est creusé à la face interne d'un os que Cuvier regardait comme étant le temporal. Ce canal file entre cet os par le pariétal. Il existe aussi chez l'Ornithorhynque, mais il y est très-court et plus large. Meckel et M. Owen ont attribué, sans aucun doute avec raison, la plaque osseuse qui le recouvre au zygomatique. Quant au canal lui-même, il reçoit, chez les Échidnidés, une branche artérielle fournie par la carotide externe et qui envoie des rameaux dans les os recouverts par la plaque dont il s'agit et jusque dans le rostre où ils pénètrent par le frontal.

» Le cercle tympanique et le marteau de l'*Acanthoglossus* pourront à leur tour être invoqués à propos des nouvelles interprétations données par MM. Peters et Huxley de la signification anatomique de ces pièces et des rapports que la seconde d'entre elles présente avec le cartilage de Meckel : c'est ce dont on a déjà fait la remarque pour le *Tachyglossus* ou Échidné australien, et c'est ce que justifie la condition inférieure de ces deux genres, qui sont avec l'Ornithorhynque les Mammifères les plus rapprochés des ovipares.

» Une ressemblance remarquable existe entre le faciès général du crâne de l'Acanthoglosse et celui des Aptéryx et pourtant ses caractères principaux, de même que ceux du crâne du *Tachyglossus*, restent conformes à ceux des animaux mammifères envisagés comme classe. »

Une planche lithographiée, représentant le crâne de l'*Acanthoglossus* ou Échidné de la Nouvelle-Zélande, est mise sous les yeux de l'Académie.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les invariants.* Note de M. SYLVESTER.

« La théorie que j'ai exposée dans mes dernières Communications à l'Académie repose sur le théorème suivant. Commençons par le cas d'une seule quantique du degré i, fonction des variables x et y, soit $(a, b, c, \ldots, l_i)(x, y)^i$. Je nomme différentiant de cette quantique une fonction rationnelle et entière quelconque, qui retient sa valeur quand on substitue pour les coefficients de la quantique donnée les coefficients de la quantique qu'on obtient en substituant $x + hy$ pour x. Alors le nombre de ces différentiants de l'ordre j dans les coefficients et du poids w par rapport à x sera égal à la différence entre deux nombres dont l'un est le nombre de combinaisons de j quelconques des chiffres $0.\ 1.\ 2.\ldots.\ i$ (répétées autant de fois qu'on veut) dont la somme est w, moins le nombre de combinaisons pareilles pour lesquelles la somme est $(w-1)$. Nommons l'opérateur $a\frac{d}{db} + 2b\frac{d}{dc} + 3c\frac{d}{dd} + \ldots = \Omega$. La condition nécessaire et suffisante pour que D soit un différentiant est que ΩD soit identiquement zéro. De là on déduit facilement que le nombre des D linéairement indépendants, dont le poids est w et l'ordre s, soit $D(w : i, j)$, ne peut pas être moins que la différence dont j'ai parlé plus haut, soit la différence $(w : i, j) - (\overline{w-1}; i, j)$. Si les équations contenues dans l'identité $\Omega D = 0$ sont indépendantes, la valeur de $D(w : i, j)$ sera égale à $(w : i, j) - (\overline{w-1}; i, j)$; si elles ne sont pas indépendantes, ce nombre sera *plus grand* que $(w : i, j) - (\overline{w-1}; i, j)$.

» Dans une Communication que je viens d'envoyer au *Journal de M. Borchardt*, j'ai réussi à donner une démonstration rigoureuse de l'égalité de $D(w : i, j)$ à la différence citée qu'on peut nommer $\Delta(w : i, j)$; car, si cette égalité n'était pas vraie pour toutes les valeurs de w, en commençant par la plus grande possible, c'est-à-dire $\frac{ij}{2}$ ou $\frac{ij-1}{2}$, alors on aurait pour cette valeur *maxima* de w

$$D(w : i, j) + D(\overline{w-1} : i, j) + D(\overline{w-2} : i, j) + \ldots + D(0 : i, j) > (wi, j),$$

laquelle inégalité ne peut pas avoir lieu, comme je le démontre par une méthode très-belle et très-facile. C'est à M. Cayley qu'on doit l'énoncé de la proposition $D(w : i, j) = \Delta(w : i, j)$; mais ce grand géomètre n'avait réussi qu'à démontrer rigoureusement l'inégalité $D(w : i, j) =$ ou $> \Delta(w : i, j)$.

» On avait même exprimé des doutes sur la vérité de la proposition,

désormais mise à l'abri de toute objection, $D(w:i,j) = \Delta(w:i,j)$. Passons au cas de plusieurs quantiques $(a, b, c\ldots)(x, y)^i$, $(a, b, c\ldots)(x, y)^{i'}$, ... J'ai étendu la méthode de M. Cayley à ce cas plus général. Par un procédé analogue au sien pour le cas d'une seule quantique, j'établis la proportion

$$D(w:i,j:i',j':\ldots) = \text{ou} > (w:i,j:i',j':\ldots) - (\overline{w-1}:i,j:i',j':\ldots);$$

où le premier membre de l'équation signifie le nombre de différentiants, linéairement indépendants, appartenant au système de quantiques donné de l'ordre j, j', ..., dans les quantiques successives et du poids w par rapport à $x:(n:i,j:i',j:\ldots)$, signifiant, pour une valeur quelconque de n, le nombre des combinaisons de j des chiffres $(0, 1, 2, 3, \ldots, i)$, de j' des chiffres $(0, 1, 2, \ldots, i')$, ..., dont la somme réunie est égale à n. Alors, par une méthode précisément identique avec celle que j'applique au cas d'une seule quantique, je démontre que l'inégalité

$$D(w:i,j:i',j':\ldots) + D(\overline{w-1}:i,j:i,j':\ldots) + \ldots$$
$$+ D(0:i,j:i',j':\ldots) > (w:i,j:i',j':\ldots),$$

où w représente la valeur maxima du poids w, ne peut pas avoir lieu et que conséquemment, pour *toutes* les valeurs de w,

$$D(w:i,j:i',j':\ldots) = \Delta(w:i,j:i',j':\ldots).$$

» Donc la théorie de la construction de la fonction génératrice dont je me suis servi reste aujourd'hui sur une base inattaquable. Mais, même en l'absence de cette démonstration nouvellement trouvée, l'évidence de sa vérité, fondée sur l'improbabilité *a priori* d'aucune dépendance sur les autres équations de condition données par la formule $\Omega D = 0$, conjointe avec l'accord parfait des résultats obtenus, en les supposant indépendants avec les résultats qu'on obtient par d'autres méthodes pour tous les cas où l'on pouvait faire la comparaison, suffisait provisoirement comme démonstration *morale* de la vérité supposée. Or, chose bien remarquable, une difficulté de même nature revient quand on se sert de la fonction génératrice non pas en l'appliquant au calcul du nombre des dérivées invariantes linéairement indépendantes d'un type donné, mais en déduisant par son moyen l'échelle des dérivées élémentaires (*grundformen*). En un mot, la difficulté qui, aujourd'hui, a disparu quant à la formation de la fraction génératrice subsiste encore quand on passe à l'interprétation de cette fraction qui conduit à l'échelle de *grundformen*, mais avec une certaine différence. Quant à la proposition qui vient d'être nouvellement démontrée, la diffi-

culté autrefois consistait à démontrer l'absence de rapports syzygétiques quelconques. Mais, dans l'application dont je parle, on admet par nécessité l'existence de certains de ces rapports, qui *se révèlent* comme conséquence de la loi élémentaire de toute combinaison algébrique d'invariants. L'hypothèse que l'on fait, c'est qu'il n'existe pas de tels rapports (pour ainsi dire *cachés*) en dehors de ceux dont l'existence est apparente.

» Si l'on voulait nier l'exactitude de cette hypothèse, voici ce qui arriverait : les formes élémentaires (*grundformen*) obtenues en l'admettant ne cesseraient pas de subsister comme telles; seulement il y aurait la possibilité (pour ainsi dire métaphysique) de l'existence d'autres en plus. Prenons, par exemple, le cas de deux biquadratiques. M. Gordan en a donné 30, dont j'ai démontré que 2 sont superflues : il en reste donc 28. La méthode de M. Gordan ne suffit pas pour démontrer que ce nombre n'est pas encore assujetti à une réduction au-dessous de 28; mais ma méthode, au contraire, quoique laissant provisoirement peser un doute métaphysique sur l'existence de plus de 28, n'en laisse aucun sur la certitude qu'au moins ces 28 subsistent. Donc on est assuré que les 28 en question forment l'échelle fondamentale. La méthode de M. Gordan assure qu'il n'y a pas plus que 28, la méthode anglaise qu'il n'y a pas moins que 28 invariants et covariants élémentaires; donc le nombre est 28, ni plus ni moins. On comprend que l'incertitude dont je parle dans l'application de la méthode anglaise n'est que provisoire et, pour ainsi dire, métaphysique; l'évidence, à dire vrai, est accablante et ne peut laisser subsister aucun doute moral que les rapports syzygétiques cachés ou latents, dont j'ai parlé, n'ont aucun lieu dans la sphère de réalité. Cependant il semble bon de confirmer ce *postulatum*, en donnant encore des exemples, comme je vais le faire, de la conformité des résultats auxquels il conduit avec ceux qu'on obtient par d'autres méthodes. De plus, on doit se rappeler que chacune de mes fractions génératrices donne encore des résultats en dehors de la formation de l'échelle fondamentale, qu'on ne sait pas obtenir par la méthode de M. Gordan ni par aucune autre méthode connue. Elle donne absolument, et sans suggestion à aucun doute métaphysique, le nombre total des invariants, covariants, etc., les mouvements indépendants de degrés et d'ordres donnés, et, une fois la vérité absolue de la conclusion quant à l'échelle fondamentale pour un cas donné étant ou admise ou prouvée par l'évidence elle donne en même temps et immédiatement tous les rapports syzygétiques qui peuvent lier ensemble les formes qui entrent dans l'échelle fondamentale. Bien plus, non-seulement les *grundformen* ne sont pas

indépendantes, mais les équations qui les lient, en général, ne seront pas non plus indépendantes. Voici la vraie idée de ces rapports successifs :

On commence avec les *grundformen*. Alors il y aura des fonctions algébriques, qu'on peut nommer des *syzygants* du premier rang et qui auront la propriété de s'évanouir quand on substituera aux *grundformen* leurs valeurs comme fonctions des coefficients des quantités données. De même il y aura des fonctions algébriques de ces syzygants qu'on peut nommer des syzygants de second rang, qui auront la propriété de s'évanouir quand on substituera pour les syzygants du premier rang leurs valeurs comme fonctions des *grundformen*, et ainsi de suite, de sorte qu'il y aura une succession de syzygants de rangs de plus en plus élevés, et pour les syzygants de chaque rang il y aura une échelle fondamentale finie. Je crois que l'indice des rangs ascendants ne va jamais à l'infini. Sous ce point de vue, on voit que les formes fondamentales (*grundformen*) elles-mêmes peuvent être regardées comme des syzygants du rang zéro. Or ma fraction génératrice donne le moyen d'obtenir l'échelle fondamentale pour les syzygants d'un rang quelconque. Le procédé pour l'obtenir dans les cas du rang zéro et du rang unité est aussi simple pour l'un que pour l'autre. Quant aux syzygants de rang supérieur, le calcul peut être un peu plus compliqué, et je ne me suis pas permis jusqu'à présent d'entrer dans ce calcul. Il est singulier de remarquer l'inversion de rôles qui a lieu entre les deux problèmes, l'un de trouver les formes élémentaires et les syzygants successifs qui en découlent, l'autre de trouver le nombre total de formes dérivées d'un type donné. On aurait pensé *a priori* que la solution du premier problème serait nécessaire pour arriver à la solution du second. Mais, en réalité, la marche de l'investigation est toute contraire. Grâce à l'initiative admirable pour tout jamais de M. Cayley, dans son second Mémoire sur les *Quantics*, on sait comment résoudre d'un seul coup le second problème et de la forme même de cette solution on fait découler pas à pas la solution du premier. »

HYDRAULIQUE. — *Sur les ondes de diverses espèces qui résultent des manœuvres de l'écluse de l'Aubois.* Note de M. A. de Caligny.

« Quand on vide l'écluse de l'Aubois au moyen de l'appareil de mon invention qui y est construit, l'eau contenue dans les deux tubes verticaux au-dessus du niveau d'aval tombe dans la rigole de décharge, où elle produit un onde *solitaire*. A la période suivante, l'onde *solitaire* résultant de ce

qu'il descend de l'eau de ces tubes quand on soulève celui d'aval est déjà moins forte que pour la première période, la quantité d'eau qui produit cette onde étant diminuée par l'oscillation en retour. Aux périodes suivantes, l'onde *solitaire* dont il s'agit est de moins en moins forte, à mesure que les oscillations en retour diminuent la quantité d'eau, qui doit ainsi tomber dans la rigole de décharge à l'instant où on lève le tube d'aval. Il ne se produit même plus d'onde *solitaire* bien sensible provenant de cette cause, à partir de l'époque où l'oscillation en retour descend assez bas pour vider les tubes verticaux à peu près jusqu'au niveau de l'eau du bief d'aval.

» Il ne faut pas confondre les ondes dont il s'agit avec celles qui peuvent provenir ensuite de l'écoulement de l'eau de l'écluse dans le canal de décharge. Cet écoulement n'est pas du tout d'ailleurs de la même nature que celui au moyen duquel Bidone a introduit un courant d'eau sur un canal rempli d'eau en repos. A l'écluse de l'Aubois, l'eau *partant du repos dans un grand tuyau de conduite* prend *graduellement* de la vitesse ; de sorte qu'en se superposant à l'eau d'aval, elle ne présente pas de surfaces de formes analogues à celles qui ont été observées par Bidone à l'extrémité du courant qu'il jetait sur de l'eau en repos.

» J'ai même exagéré les effets du phénomène, en ne laissant quelquefois qu'une très-petite profondeur d'eau dans la rigole de décharge et tenant le tube d'aval levé bien plus longtemps qu'il ne doit l'être dans les manœuvres de l'appareil.

» Quand on ferme la porte de flot de la rigole de décharge, afin d'étudier cette rigole comme bassin d'épargne, il se présente des effets dont il s'agit d'abord d'apprendre à se débarrasser. L'onde *solitaire* résultant, comme je l'ai déjà dit, de la descente de l'eau contenue dans les tubes verticaux, va frapper l'autre extrémité du bassin d'épargne, d'où elle revient dans la chambre du tube d'aval. Or, il arrive souvent qu'elle y gonfle le niveau précisément à l'époque où ce tube est levé ; de sorte que cela diminue la différence de hauteur entre le niveau de l'eau dans l'écluse et cette eau d'aval. Il peut même en résulter que l'écoulement de l'eau de l'écluse augmente le volume de l'onde dont il s'agit, tandis que celle-ci devrait diminuer, comme je l'ai expliqué ci-dessus, à mesure que les oscillations en retour augmentent. Il résulte même de cette combinaison d'effets que des ondes assez puissantes peuvent se promener d'une extrémité à l'autre du bassin d'épargne et diminuer le rendement d'une manière bien sensible.

» On peut obvier à cet inconvénient, en faisant mourir les ondes sur une *plage inclinée*, disposée à l'autre extrémité du canal. Il n'est pas même indispensable que l'inclinaison du plan formant cette plage factice soit très-grande, pour qu'on puisse se débarrasser d'une manière assez convenable du retour des ondes dont il s'agit. Mais il doit être établi très-solidement sur toute la largeur de la rigole de décharge ainsi transformée en bassin d'épargne. On connaît d'ailleurs d'autres *brise-lames*, mais celui-ci a des propriétés que je développerai dans une autre Note.

» J'ai depuis longtemps, dès l'année 1858, employé des plans inclinés de cette espèce pour faire mourir les ondes à l'extrémité d'un canal factice, de manière à pouvoir en produire un nombre indéfini et à étudier, en les isolant successivement les uns des autres, divers phénomènes des vagues, qui se confondent ensemble quand on les observe plus en grand dans la nature en liberté. Désirant conserver l'appareil de l'Aubois, de manière à pouvoir, au besoin, y varier des études de natures diverses, je n'y ai jusqu'à présent disposé qu'une *plage inclinée partielle* en planches, et seulement dans la partie rétrécie où se trouve la porte de flot, qui sépare au besoin la rigole de décharge du bief d'aval. J'ai notablement diminué ainsi la force de retour des grandes ondes. Mais j'ai reconnu que, pour les amortir d'une manière tout à fait convenable, il vaudrait incomparablement mieux disposer un plan incliné en maçonnerie sur toute la largeur de la rigole de décharge, et surtout ne pas se contenter d'une construction aussi provisoire, d'autant plus que, la rigole dont il s'agit étant courbe, à l'écluse de l'Aubois, la partie la plus élevée des ondes se trouve dans la concavité, tandis que le plan incliné n'a pu jusqu'à présent être disposé que dans la partie rétrécie, qui est précisément du côté de la paroi convexe. On peut voir, pour mieux comprendre ces divers détails, les dessins à l'échelle de l'appareil de mon invention dont il s'agit, dans le *Cours de navigation intérieure* de M. de Lagrené, ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, t. III, *Pl. XV* et *XVI*.

» Il se présente un effet intéressant quand on remplit l'écluse, en faisant fonctionner les deux tubes mobiles, surtout dans le cas où l'on considère le jeu de l'appareil, abstraction faite de toute considération relative à un bassin d'épargne. Lorsque, le tube d'aval étant levé, l'eau d'aval entre dans le grand tuyau de conduite de l'appareil à la suite de l'eau en mouvement qui se dirige vers le sas, la surface de l'eau de la rigole de décharge s'infléchit d'assez loin vers la chambre du tube d'aval pour entrer sous ce tube, et il y

a une grande masse d'eau en mouvement se dirigeant de ce côté. La vitesse s'éteint graduellement dans le grand tuyau de conduite. Il en résulte que la grande masse d'eau en mouvement, dont je viens de parler, ne trouvant plus assez d'issue par ce tuyau de conduite, occasionne un gonflement dans la chambre du tube d'aval et par suite des *ondes* en sens contraire. On est averti par une sonnette automatique de l'époque où il est utile de baisser le tube d'aval. Il est, d'ailleurs, bien à remarquer que cela n'exige pas autant de précision que semble l'indiquer la vitesse des ondes dont il s'agit, qui ne forment pas un *courant*, comme on peut le croire au premier aperçu. Elles transportent, il est vrai, de l'eau, mais en quantité insignifiante, relativement à la vitesse des ondes qui sont déjà loin du tube d'aval avant qu'il soit redescendu de l'écluse une quantité d'eau de quelque importance.

» Les diverses considérations indiquées dans cette Note sont essentielles pour qu'on puisse bien se rendre compte de la manière dont on doit interpréter les résultats obtenus à l'appareil de l'Aubois, dans l'état où il est, au moyen des diverses manœuvres indiquées dans mes Notes des 28 mai et 19 novembre 1877.

» Lorsqu'on remplit ou qu'on vide le sas, en levant alternativement les tubes mobiles, abstraction faite des grandes oscillations initiales et finales, il ne se présente pas dans l'écluse de phénomènes analogues à ceux qui ont été observés par Bidone, dans le cas où il introduisait ou interrompait un courant d'une manière brusque. La vitesse de l'eau qui entre ou sort est d'abord nulle, augmente graduellement et redevient graduellement nulle. Mais, s'il n'y a pas de vagues bien apparentes, il y a successivement aux deux extrémités de l'écluse des exhaussements graduels très-sensibles de la surface liquide.

» Plus il y a d'eau dans le sas pour une dénivellation de ce genre d'une hauteur donnée, moins cela doit imprimer de vitesse alternative à la masse d'eau inférieure dans le sens de l'axe de l'écluse. On conçoit d'après cela que, en supposant même toutes choses égales d'ailleurs, il est intéressant, pour diminuer les chances d'oscillation des bateaux, de se servir des grandes oscillations initiales et finales signalées dans mes Notes précitées, et même d'en exagérer un peu l'emploi, d'autant plus que les dernières périodes de l'appareil de vidange, relevant peu d'eau relativement aux premières, peuvent être supprimées avec quelques avantages, probablement même quant au rendement, à cause de l'augmentation que cela permet de donner à la grande oscillation finale de vidange, tout en abrégeant la durée de

l'opération complète. Il suffit d'ailleurs de prendre quelques précautions, en employant des cordes d'une force convenable, pour que les mouvements alternatifs dont il s'agit n'aient pas d'inconvénient sérieux, selon les observations faites par M. Vallès, inspecteur général des Ponts et Chaussées, dans les expériences sur l'écluse de l'Aubois, qui ont été l'objet d'un Rapport favorable à l'Institut, le 18 janvier 1869, même avant mes études les plus essentielles sur les grandes oscillations initiales et finales [1].

M. P. de Tchihatchef fait hommage à l'Académie du second et dernier fascicule du tome II de sa traduction de « La végétation du globe, d'après sa disposition suivant les climats; par *A. Grisebach* ».

---

[1] Je me suis cependant occupé des moyens à employer pour supprimer complétement l'inconvénient dont il s'agit, et qui exigerait au moins une certaine surveillance. Il suffirait pour cela de faire entrer ou sortir l'eau du sas par un tuyau de conduite perpendiculaire à la longueur de l'écluse, où il déboucherait à peu près à la moitié de cette longueur. Il n'y aurait plus aucune raison pour que le bateau fût poussé bien sensiblement vers l'amont ou l'aval; mais alors on se priverait de l'avantage de faire déboucher le tuyau de conduite dans l'enclave des portes d'aval, de sorte que, pour éviter l'étranglement alternatif résultant de la présence des grands bateaux chargés, il serait utile de faire déboucher ce tuyau à une profondeur plus grande que celle du radier de l'écluse, dans lequel on ménagerait, sur toute la largeur de celle-ci, et perpendiculairement aussi à sa longueur, une sorte de prolongement du tuyau de conduite, au moyen d'un canal découvert, ainsi compris dans ce radier. L'eau trouverait, même sous les grands bateaux chargés, des *sections d'écoulement de grandeurs* convenables, à droite et à gauche de cette espèce de canal. Or il est bien à remarquer que les vitesses de l'eau, à son entrée ou à sa sortie, partant de zéro, il n'en résulterait pour les bateaux aucune percussion brusque de l'eau, comme on pourrait le craindre au premier aperçu. Il est surtout à remarquer que les oscillations quelconques qui existeraient dans le sens de la longueur de l'écluse, si l'eau arrivait ou sortait par une des extrémités du sas, et pourraient se propager dans l'espace resté libre sous le bateau, ne seraient plus du tout de la même nature dans le sens de la largeur de l'écluse, où le phénomène serait très-différent pour les grands bateaux chargés, dans le cas de la disposition dont il s'agit. En effet, il resterait alors très-peu de place entre le bateau et les bajoyers. Les choses pourront donc alors être assimilées jusqu'à un certain point à ce qui se présenterait dans un siphon renversé, dont les deux branches verticales seraient très-étroites par rapport à la branche horizontale, d'autant plus large que le bateau est plus éloigné du fond. Or on sait que les *élargissements* de cette espèce sont une cause de diminution dans les oscillations. On conçoit d'ailleurs qu'en supposant qu'on eût à se préoccuper d'oscillations dans ce sens, elles seraient encore diminuées par l'*écrasement* latéral des lames d'eau comprises entre le bateau et les bajoyers.

MÉMOIRES LUS.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la résolution de l'équation du cinquième degré.* Mémoire de M. BRIOSCHI.

« Je nomme équation jacobienne du sixième degré une équation dont les racines $z_\infty, z, z_0, z_1, z_2, z_3, z_4$ sont liées par les trois relations

$$\sqrt{z_0}+\sqrt{z_1}+\sqrt{z_2}+\sqrt{z_3}+\sqrt{z_4}=\sqrt{5z_\infty},$$
$$\sqrt{z_0}+\varepsilon^2\sqrt{z_1}+\varepsilon^4\sqrt{z_2}+\varepsilon\sqrt{z_3}+\varepsilon^3\sqrt{z_4}=0,$$
$$\sqrt{z_0}+\varepsilon^3\sqrt{z_1}+\varepsilon\sqrt{z_2}+\varepsilon^4\sqrt{z_3}+\varepsilon^2\sqrt{z_4}=0,$$

ε étant une racine cinquième de l'unité ou, en d'autres termes, une équation dont les racines carrées des racines peuvent s'exprimer en fonction de trois indéterminées a_0, a_1, a_2 de la manière suivante :

$$\sqrt{z_\infty}=a_0\sqrt{5},\quad \sqrt{z_m}=a_0+\varepsilon^m a_1+\varepsilon^{4m}a_2,\quad (m=0,1,\ldots,4).$$

» Cette équation a la forme

$$(1)\quad f(z)=(z-a)^6-4a(z-a)^5+10b(z-a)^3-4c(z-a)+5b^2-4ac,$$

a, b, c étant fonctions de a_0, a_1, a_2. J'ai démontré, dans un Mémoire publié en 1867 dans les *Annali di Matematica* (2[e] série, t. I[er]), qu'en posant

$$\frac{db}{da_0}=2b_0,\quad \frac{b}{da_2}=b_1,\quad \frac{db}{da_1}=b_2;\quad \frac{1}{5}\frac{dc}{da_0}=2c_0,\quad \frac{1}{5}\frac{dc}{da_2}=c_1,\quad \frac{1}{5}\frac{dc}{da_1}=c_2$$

et

$$\sqrt{z'_\infty}=b_0\sqrt{5},\quad \sqrt{z'_m}=b_0+\varepsilon^m b_1+\varepsilon^{4m}b_2,$$
$$\sqrt{z''_\infty}=c_0\sqrt{5},\quad \sqrt{z''_m}=c_0+\varepsilon^m c_1+\varepsilon^{4m}c_2,$$

l'expression

$$(2)\quad \sqrt{Z}=p\sqrt{z}+q\sqrt{z'}+r\sqrt{z''},$$

où p, q, r sont des indéterminées, conduit à une équation jacobienne du sixième degré en Z, dont les coefficients sont des fonctions rationnelles de a, b, c, p, q, r; équation qui est la plus générale de cette espèce.

» Soient A, B, C les coefficients de cette équation, on aura

$$(3)\quad (Z-A)^6-4A(Z-A)^5+10B(Z-A)^3-4C(Z-A)+5B^2-4AC=0.$$

» Or, en posant $y = z - a$, $Y = Z - A$ et

$$f_1 = y - 4a,\quad f_2 = yf_1,\quad f_3 = yf_2 + 10b,\quad f_4 = yf_3,\quad f_5 = yf_4 - 4c,$$

j'ai démontré aussi, dans le Mémoire cité, qu'on a

(4) $$Y = t + t_0 f_1 + t_1 f_2 + t_2 f_3 + t_3 f_4 + t_4 f_5,$$

$t, t_0, \ldots$ étant des fonctions quadratiques en p, q, r, par lesquelles on a

$$A = p\lambda + q\mu + r\nu,$$

en faisant

$$\lambda = ap + 3bq + cr,\quad \mu = 3bp + a'q + lr,\quad \nu = cp + lq + a''r$$

et

$$a' = 8a^2b + c,\quad a'' = b(4ac - 3b^2),\quad l = a(4ac - b^2).$$

» Cela posé, je dois rappeler qu'une équation jacobienne (3), dans laquelle $A = 0$, est résoluble par fonctions elliptiques, comme il a été démontré par M. Kronecker. Or la condition $A = 0$ donne la valeur d'*un* des rapports des indéterminées $p : q : r$; on pourra donc disposer de l'autre, de manière que de la formule de transformation (4) on puisse déduire la valeur de y, et par conséquent la valeur de z en fonction de Z, au moyen d'une équation résoluble par radicaux. Par exemple, si l'on suppose, non-seulement $A = 0$, mais aussi $t_4 = 0$, la valeur des rapports p, q, r est complétement déterminée et l'on obtiendra la valeur de z en fonction de Z par la résolution d'une équation du quatrième degré, ce que démontre le théorème énoncé.

» On peut arriver à ce résultat de différentes manières, en profitant cependant toujours de l'indétermination d'un des rapports indiqués. En supposant $\lambda = 0$ et par conséquent $q\mu + r\nu = 0$, on trouve très-facilement qu'on satisfait à ces conditions par les valeurs

$$p = f - 3\frac{b}{a}\delta,\quad q = e + \delta,\quad r = g,$$

en faisant

$$f = aa'' - c^2 = 3bl - ca',\quad e = 3bc - al,\quad g = aa' - 9b^2$$

et

$$\delta = \pm\sqrt{e^2 - fg}.$$

» L'équation (2) donnera donc deux valeurs pour $\sqrt{Z}$ que j'indiquerai

par $\sqrt{Z_1}$, $\sqrt{Z_2}$; et les équations jacobiennes dont les racines sont les six valeurs de Z_1 ou de Z_2 seront résolubles par fonctions elliptiques. Or on peut démontrer que z s'exprime en fonction de Z_1, Z_2 par cette relation très-simple

$$z = 5a + \frac{a^2}{g\delta^2}\sqrt{Z_1 Z_2},$$

laquelle évidemment donne la valeur d'une racine quelconque de l'équation jacobienne générale (1) exprimée au moyen de fonctions elliptiques.

» Dans un Mémoire qui est maintenant sous presse et qui sera publié dans les *Mathematische Annalen* de MM. Klein et Mayer, j'ai calculé les valeurs des coefficients B, C correspondant aux deux équations en Z_1, Z_2, et j'ai démontré qu'en supposant que l'équation (1) soit l'équation du multiplicateur μ dans la transformation du cinquième ordre des fonctions elliptiques, les valeurs de Z_1, Z_2 sont dans ce cas données par les relations

$$\sqrt{Z_1} = -2^{11}k^2k'^4(1-2k^2)\left(\sqrt{\frac{\lambda'\mu}{k'}} - \sqrt{\mu}\right),$$

$$\sqrt{Z_2} = -2^{11}k^4k'^2(1-2k^2)\left(\sqrt{\mu} - \sqrt{\frac{\lambda\mu}{k}}\right),$$

k, k'; λ, λ' ayant les significations ordinaires. On pourra ainsi déterminer deux modules k_1, k_2 correspondant aux deux équations en Z_1, Z_2 et l'on obtiendra enfin la résolution de l'équation générale (1)

$$z = 5a - \frac{1}{2}\sqrt[6]{\theta}\sqrt[3]{\frac{k'_1 k_2}{2k_1^2 k_2'^2}}\left(\frac{\operatorname{dn} 2\omega_1}{\operatorname{dn} 4\omega_1} - \frac{\operatorname{dn} 4\omega_1}{\operatorname{dn} 2\omega_1}\right)\left(\frac{\operatorname{cnc} 2\omega_2}{\operatorname{cnc} 4\omega_2} - \frac{\operatorname{cnc} 4\omega_2}{\operatorname{cnc} 2\omega_2}\right),$$

dans laquelle

$$\theta = 128a^3b - 4ac + b^2, \quad \omega = \frac{2K}{5}, \quad \frac{2mK + iK'}{5}$$

pour $m = 0, 1, 2, 3, 4$ et ω_1, ω_2 les valeurs de ω correspondant aux modules k_1, k_2. Je dois ajouter encore que le dernier cas que j'ai considéré ici est lié intimement aux recherches très-intéressantes de MM. Klein et Gordan sur l'icosaèdre (voir KLEIN, *Weitere Untersuchungen über das Ikosaeder* (*Math. Annalen*, Bd. XII); GORDAN, *Ueber die Auflösung der Gleichungen fünften Grades* (*Sitzungsberichte der Societät zu Erlangen*, Juli 1877). »

CHIMIE. — *Nature des hydrocarbures produits par l'action des acides sur la fonte blanche miroitante manganésifère.* Mémoire de M. S. Cloëz. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires : MM. Chevreul, Fremy, Cahours, Daubrée).

« Le traitement d'une fonte blanche contenant 0,04 de carbone combiné et environ 0,06 de manganèse, par de l'acide chlorhydrique aqueux d'une densité égale à 1,12, donne lieu à la formation de produits hydrocarbonés gazeux et liquides, homologues de l'éthylène, absorbables par le brome, et pouvant se combiner facilement aussi avec l'acide chlorhydrique; on obtient en outre, dans ce traitement, des composés forméniques insolubles dans l'acide sulfurique et inattaquables par cet acide.

» Pour éviter la formation des combinaisons de l'acide chlorhydrique avec les carbures éthyléniques, il est avantageux, dans le traitement de la fonte, de substituer l'acide sulfurique à l'acide chlorhydrique. Les meilleures proportions à employer sont une partie d'acide sulfurique à 66 degrés pour cinq parties d'eau, ce qui fait de l'acide dilué au sixième; l'action de cet acide sur la fonte est très-régulière, et l'on peut chauffer légèrement au bain de sable, sans crainte d'entraîner l'acide par distillation.

» Ce traitement a été appliqué à 200 kilogrammes de fonte; j'ai obtenu :

» 1° 640 grammes de carbures huileux condensés dans les premiers flacons laveurs;

» 2° 2780 grammes de produits bromés éthyléniques;

» 3° 532 grammes d'hydrocarbures forméniques isolés par l'action de l'acide sulfurique ;

» 4° 3800 grammes de résidu insoluble, supposé sec ;

» 5° Enfin 408 grammes de produits huileux, enlevés au résidu insoluble par l'alcool, et séparés de ce dernier au moyen de l'eau,

» Je me bornerai aujourd'hui à l'examen des hydrocarbures forméniques, séparés par décantation de l'acide sulfurique, lavés ensuite à l'eau, puis mis en contact avec la potasse fondue; finalement, on les chauffe avec du sodium pour leur enlever les dernières traces d'humidité.

» En soumettant ces hydrocarbures à la distillation fractionnée, on constate que les premiers produits passent seulement vers 155 degrés et que la température s'élève rapidement jusqu'à 160 degrés, où elle reste stationnaire pendant un certain temps; on met à part tout ce qui passe au-des-

sous de 170; on agit de même pour la partie du liquide volatile entre 175 et 190, et ainsi de suite de 20 en 20 degrés jusqu'au delà de 300 degrés.

» Il faut appliquer alors, aux divers produits ayant subi une première distillation, de nouveaux fractionnements, en réunissant les portions volatiles aux mêmes températures; en répétant un assez grand nombre de fois ces opérations délicates, j'ai fini par obtenir sept produits différents, ayant un point d'ébullition constant, avec une composition chimique et des propriétés physiques concordantes.

» Tous ces produits sont déjà connus; ils me paraissent identiques avec quelques-uns de ceux qui ont été extraits des huiles de pétrole et étudiés par MM. Pelouze et Cahours; ce sont les termes les plus élevés de la série forménique, caractérisés principalement par leur insolubilité dans l'acide sulfurique fumant et par la manière dont ils se comportent avec le chlore et le brome.

» Le premier hydrocarbure séparé du mélange est l'hydrure de décyle $C^{20}H^{22}$. Il est probablement identique avec le diamyle, qui se forme dans plusieurs circonstances. Le point d'ébullition de mon produit est placé entre 155 et 160; j'ai trouvé sa densité de vapeur égale à 5,132, au lieu de 5,001 que donne le calcul. Sa densité à l'état liquide est de 0,760 à 15 degrés. Il ne se combine pas avec le brome dissous dans l'eau; le brome pur, au contraire, l'attaque assez vivement en donnant lieu immédiatement à un dégagement d'acide bromhydrique; le chlore s'y combine de même, en donnant des produits de substitution. Ce produit est inattaquable par l'acide sulfurique concentré; son odeur est semblable à celle des composés du pétrole peu volatils.

» Un second produit, peu abondant, bouillant entre 178 et 180 degrés, est l'hydrure d'undécyle, $C^{22}H^{24}$. C'est aussi un liquide incolore, très-fluide, d'une densité égale à 0,769, et dont la densité de vapeur, prise par la méthode de M. Dumas, a été trouvée égale à 5,521; il est, comme le précédent et comme les suivants, inattaquable par l'acide sulfurique; le chlore s'y combine en formant des composés de substitution.

» L'hydrure de duodécyle vient ensuite : il a pour formule $C^{24}H^{26}$ et bout entre 195 et 198 degrés; la fraction extraite du mélange et volatile en entier entre ces limites de température est assez grande; sa densité à l'état liquide est de 0,782; il est attaquable par le chlore et le brome.

» L'hydrure de tridécyle $C^{26}H^{28}$ bout entre 215 et 220 degrés, sa densité est égale à 0,793; sa densité de vapeur n'a pas été déterminée, par suite de la rupture du ballon.

» Les trois derniers produits sont semblables aux précédents par leurs propriétés; ils sont plus difficiles à obtenir à l'état de pureté : je crois leur composition exacte, bien qu'elle n'ait pas été contrôlée par la détermination de la densité de vapeur.

» L'hydrocarbure bouillant entre 234 et 238 degrés a pour composition $C^{28}H^{30}$, c'est l'hydrure de tétradécyle; sa densité à l'état liquide est égale à 0,812.

» L'hydrure de pentadécyle, $C^{30}H^{32}$, bout vers 258 degrés; sa densité est égale à 0,830.

» Enfin l'hexadécane ou hydrure d'hexadécyle $C^{32}H^{34}$, bouillant entre 276 et 280 degrés, a une densité égale à 0,850; il est attaquable par l'acide azotique fumant, sans donner aucun produit défini cristallisable.

» En résumé, plusieurs des produits obtenus par l'action des acides étendus sur la fonte blanche paraissent identiques avec ceux qui existent dans le sol et qu'on exploite en grand sous le nom de *pétrole*.

» Cette identité de produits carbonés complexes obtenus par la réaction de composés minéraux, sans l'intervention aucune de la vie, vient à l'appui de l'opinion de certains géologues, relativement à l'origine des huiles de pétrole.

» A un autre point de vue, purement chimique, relativement à la synthèse des espèces dites *organiques*, la reproduction d'un grand nombre de ces espèces pourra être réalisée en partant des hydrocarbures éthyléniques ou forméniques fournis par la fonte, comme on l'a déjà fait souvent, en prenant comme point de départ l'acétylène obtenu par M. Berthelot par la combinaison directe du carbone avec l'hydrogène. »

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Une collection de cours et documents relatifs à l'instruction et à l'organisation de l'École des Ponts et Chaussées, adressée par M. *L. Lalanne*, directeur de l'École;

2° Diverses publications adressées par M. *J. Domeyko*, au nom de l'Université du Chili;

3° Un volume de M. *P. Bert*, portant pour titre : « La pression atmosphérique; recherches de Physiologie expérimentale ».

ASTRONOMIE. — *Découverte et observations de la planète* (175). Lettre de M. James-C. Watson, communiquée par M. Yvon Villarceau.

« Ann-Arbor, 5 novembre 1877.

» Dans la nuit du 1er octobre, je découvrais une planète de 10e grandeur, que j'observais encore le 5; et, en conséquence, j'envoyais une dépêche télégraphique au professeur Joseph Henry, de la Smithsonian Institution, à Washington, pour la transmission en Europe. Depuis, je n'ai vu aucune mention de la découverte, ni dans le *Bulletin international*, ni dans les *Comptes rendus de l'Académie*. Je crains que le télégramme n'ait pas été envoyé. La position de l'étoile de comparaison, pour le 1er octobre, n'est pas encore déterminée, et le temps couvert a empêché les observations, excepté pour les dates suivantes :

Planète (175), découverte le 1er octobre 1877. — 10e grandeur.

1877.	Temps moyen de Ann-Arbor.	α.	δ.	Nombre des comparaisons.
	h m s	h m s	° ′ ″	
Oct. 5....	13 32 2	0 37 56,48	+ 2 42 38,2	5
5....	14 44 38	0 37 54,16	2 42 30,5	6
6....	11 5 51	0 37 14,72	2 39 29,4	5
16....	7 31 33	0 30 1,66	2 7 42,4	5
29....	10 54 7	0 22 31,70	+ 1 38 31,0	6

» Le 29 octobre, la planète était de 10e,5 grandeur. »

Nota. — La planète, dont il est question dans cette lettre, doit effectivement conserver le n° (175) et les quatre dernières planètes, découvertes par MM. C.-H.-F. Peters, Paul Henry, Palisa et Watson, devront prendre les nos (1), (177), (178) et (179).

ASTRONOMIE. — *Sur les distances des étoiles.* Note de M. C. Flammarion.

« William Struve, que les astronomes considèrent à juste titre comme une haute autorité en Astronomie sidérale, a, comme on le sait, adopté et développé les vues de W. Herschel sur les distances des étoiles, en admettant avec lui que les étoiles des dernières grandeurs sont aussi grosses que les plus brillantes, et que leur petitesse apparente provient surtout de la distance qui nous en sépare. Il estime que « les dernières étoiles vi-

» sibles à l'œil nu sont 9 fois plus éloignées que la distance moyenne » des étoiles de 1[re] grandeur, que les dernières étoiles des zones de » Bessel (9,5) sont 38 fois plus éloignées, et que les plus petites étoiles » observées par Herschel sont 228 fois plus distantes ». Il calcule même, avec Peters, une série de parallaxes diminuant avec les grandeurs, dont voici les données principales (*Études d'Astronomie stellaire*, p. 106) :

Grandeur.	Parallaxe.	Distance.	Grandeur.	Parallaxe.	Distance.
	″			″	
1,0	0,209	986 000	6,0	0,027	7 616 000
2,0	0,116	1 778 000	7,5	0,014	14 230 000
3,0	0,076	2 725 000	8,5	0,008	24 490 000
4,0	0,054	3 850 000	9,5	0,006	37 200 000
5,0	0,037	5 378 000			

» Cette théorie règne encore aujourd'hui. Les recherches que j'ai entreprises m'ont lentement et successivement amené à des conclusions toutes différentes. J'en exposerai brièvement les arguments principaux.

» I. Les mouvements rectilignes que j'ai conclus de l'analyse des étoiles doubles présentent un certain nombre de groupes de perspective formés de deux étoiles d'éclat analogue. Dans ces groupes, une étoile passe devant une autre sans en ressentir l'attraction; la seconde est donc située fort au delà et peut-être beaucoup plus éloignée de la première que celle-ci ne l'est de la Terre, car elle reste fixe au fond du ciel. Pourtant elle est aussi brillante en apparence. Il y a même des cas où c'est la plus petite qui paraît la plus rapprochée, par la grandeur de son mouvement propre.

» II. Si l'éloignement correspondait à la décroissance d'éclat, les distances angulaires des couples physiques devraient, en moyenne, décroître avec les grandeurs. Ce n'est pas ce que l'on observe. On remarque, parmi les étoiles de la 6[e] à la 9[e] grandeur, des systèmes binaires tout aussi écartés que ceux qui appartiennent aux étoiles brillantes. Ces systèmes ne sont donc pas immensément éloignés de nous, et souvent leur mouvement propre confirme cette présomption.

» III. Les mouvements propres observés provenant de la perspective due à notre translation d'une part, et d'autre part du déplacement réel des étoiles, les plus rapides doivent indiquer les étoiles les plus rapprochées. Il semble que la valeur de ces mouvements pourrait fournir une base plus sûre que l'éclat pour l'appréciation des distances. Or les plus grands, loin d'appartenir aux étoiles les plus brillantes, appartiennent, pour la plupart,

à de petites étoiles. Au contraire, des astres éclatants, tels que Canopus, Rigel, Bételgeuse, Achernar, Antarès, l'Épi n'offrent qu'un mouvement à peine sensible.

» IV. A l'exception de l'étoile α du Centaure, les parallaxes déterminées jusqu'à ce jour indiquent comme étoiles les plus proches les étoiles 61[e] du Cygne, de 5[e] $\frac{1}{2}$, et 21185 Lalande, de 7[e] $\frac{1}{2}$. β du Centaure paraît venir ensuite; mais μ Cassiopée, de 5[e]; 34 Groombridge, de 8[e]; 21258 Lalande, de 8[e] $\frac{1}{2}$; 17415 Œltzen, de 8[e]; σ Dragon, de 5[e], viennent toutes avant Sirius et Véga. En somme, sur 21 étoiles mesurées jusqu'ici, 13 sont de la 4[e] à la 8[e] grandeur et 8 seulement appartiennent aux trois premiers ordres. Au lieu de la parallaxe $0'',047$ à $0'',008$ que ces étoiles devraient présenter dans l'hypothèse de l'éloignement progressif, elles nous offrent des valeurs qui s'élèvent jusqu'à $\frac{1}{2}$ seconde. Au contraire, de brillantes étoiles de 1[re], 2[e] et 3[e] grandeur n'offrent aucune parallaxe sensible.

» V. A partir de la 7[e] grandeur, le nombre des étoiles augmente dans une proportion beaucoup plus rapide que pour les grandeurs précédentes. Ce fait peut s'expliquer en admettant qu'il y ait un grand nombre de petites étoiles dans les zones de l'espace voisines où l'on n'imagine en général que des étoiles brillantes.

» VI. Ces faits généraux sont encore fortifiés par certains détails importants qui se mettent en évidence d'eux-mêmes dans l'étude de l'Astronomie sidérale. Ainsi, par exemple, sur la carte des mouvements propres que j'ai construite récemment, on ne peut s'empêcher de remarquer des groupes d'étoiles dans lesquels les plus petites sont incomparablement plus rapprochées de nous que les plus grandes. Telle est, entre autres, l'étoile μ de Cassiopée, de 5[e] $\frac{1}{2}$, qui se place devant l'étoile θ, de 4[e] $\frac{1}{2}$; tandis que celle-ci reste presque fixe au fond du Ciel (mouv. $= + 0^s,023$ et $+ 0'',02$), la première s'élance vers l'est avec une vitesse de $+ 0^s,386$ et $+ 1'',56$. Ailleurs, tandis que ψ Grande Ourse, de 3[e] grandeur, reste à peu près fixe (mouv. $= - 0^s,007$ et $+ 0'',08$), tout auprès d'elle, l'étoile de 8[e] $\frac{1}{2}$ grandeur, 21258 Lalande, s'élance vers l'ouest avec une vitesse de $- 0^s,386$ et $- 1'',36$. L'étoile 21185 Lalande, de 7[e] $\frac{1}{2}$ grandeur, va passer sur 46 du Petit-Lion, de 4[e] grandeur, etc., etc.

» VII. Enfin une remarque indépendante des précédentes se présente encore à la suite de l'examen du nombre comparatif des étoiles de toutes grandeurs par degré carré de la sphère céleste : c'est que, loin d'être disséminées dans l'espace suivant une distribution homogène, elles sont plus abondantes en certaines régions et plus clair-semées en d'autres, dans une

proportion considérable. Il y a des points tout à fait dépourvus d'étoiles et d'autres où toutes les grandeurs se trouvent associées.

» Il semble donc que si d'un côté, ce qui est incontestable, l'éclat des astres diminue en raison du carré de la distance (et peut-être même plus rapidement, si l'éther n'est pas absolument transparent), il semble, dis-je, que l'on doive cesser de baser sur les différences d'éclat toute évaluation des distances. Les mesures photométriques d'autre part, les révélations de l'analyse spectrale, aussi bien que les masses déterminées, s'unissent aux considérations précédentes pour nous affirmer que les plus grandes différences d'éclat intrinsèque, de dimensions et de masses existent entre les étoiles. Il y a peut-être autant de différences entre les étoiles qu'entre les planètes de notre système.

» Ainsi la distribution générale des étoiles n'offre pas la régularité classique sous laquelle on l'envisageait; de petites étoiles, des amas et des nébuleuses peuvent être moins éloignés de nous que des étoiles brillantes, et la constitution des cieux présente un caractère moins simple que celui qui lui était assigné par les jauges télescopiques et la théorie d'une distribution homogène. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'intégrale intermédiaire du troisième ordre de l'équation à dérivées partielles du quatrième ordre exprimant que le problème des lignes géodésiques admet une intégrale algébrique du quatrième degré.* Note de M. **Maurice Levy.**

« III. L'intégrale intermédiaire du troisième ordre, représentée par l'ensemble des deux équations (9) de notre précédente Communication, admet elle-même une intégrale intermédiaire du deuxième ordre de la forme

$$(10) \qquad V'(\rho, \tau) = 0.$$

» C'est ce que nous allons établir, et il en résultera que la solution générale de l'équation (10) appartient aussi tout entière, à titre de solution particulière, à l'équation à dérivées partielles du quatrième ordre, exprimant que le problème des lignes géodésiques admet une intégrale algébrique du quatrième degré, en sorte qu'il se trouvera établi que cette équation admet trois intégrales intermédiaires du deuxième ordre, à savoir: celle (10) et les deux solutions évidentes $r \pm t = 0$, ou $\rho \pm \tau = 0$.

» Différentions l'équation (10) par rapport à x et à y; puis, entre les

deux équations ainsi obtenues et la première (9), éliminons R_3 et R_0, il viendra

$$[CV_\rho'^2 - (C^3 + 2\tau C^2 + \rho)V_\rho' V_\tau' - \tau V_\tau'^2]R_2$$
$$+[-C_\rho V_\rho'^2 - (C^2 + 3\tau C)V_\rho' V_\tau' + V_\tau'^2]R_1 = 0,$$

où C est défini par l'équation du quatrième degré 9_b.

» Pour que $V' = 0$ soit effectivement une intégrale intermédiaire de l'équation (9_a), il faut et il suffit que les coefficients de R_2 et de R_1 de la dernière équation soient séparément nuls, c'est-à-dire que, soit identiquement, soit en vertu de l'équation $V' = 0$, la fonction V' satisfasse simultanément aux deux équations à dérivées partielles du premier ordre

$$CV_\rho'^2 - (C^3 + 2\tau C^2 + \rho)V_\rho' V_\tau' - \tau V_\tau'^2 = 0,$$
$$-C_\rho V_\rho'^2 - (C^2 + 3\tau C)V_\rho' V_\tau + V_\tau'^2 = 0.$$

» Posons, pour abréger,

$$(c) \qquad V_\rho' : V_\tau' = \zeta.$$

» Ces équations, ordonnées par rapport à C, deviennent

$$(f) \qquad \zeta C^3 + 2\tau\zeta C^2 + \zeta^2 C + \rho\zeta + \tau = 0,$$
$$(g) \qquad \zeta C^2 + (3\tau\zeta + \rho\zeta^2)C - 1 = 0,$$

auxquelles il faut adjoindre

$$(h) \qquad C^4 + 2\tau C^3 - 2\rho C - 1 = 0,$$

qui définit C.

» Le problème consiste maintenant à déterminer, s'il est possible, les deux fonctions V' et ζ de façon que les quatre dernières équations soient satisfaites, soit identiquement, soit en vertu de $V' = 0$.

» Examinons d'abord s'il est possible de déterminer ζ de façon que les trois dernières soient compatibles. C'est une opération purement algébrique. Nous observons que ces trois équations en C peuvent avoir en commun soit une, soit deux racines. Pour qu'elles aient deux racines communes, il faut que chacun des polynômes (f) et (h) contienne le facteur du second degré (g). Cela exigerait en général quatre conditions; mais ici il se trouve que ces conditions se réduisent à deux. En effet, si l'on divise le polynôme (f) par celui (g), le reste de la division ne contient pas de terme indépendant de C, et se réduit à

$$[\zeta(\rho\zeta + \tau)(\rho\zeta + 3\tau) - \zeta^2 + 1]C.$$

» De même, si l'on divise le polynôme (h) par celui (g), le reste de la division ne comporte que le terme unique

$$(\rho\zeta^3 + 3\tau\zeta^2 + \rho\zeta + \tau)\mathrm{C}.$$

» Donc, pour que les trois équations (f), (g), (h) soient compatibles et aient deux racines communes C, il faut et il suffit que l'on ait simultanément

$$(11)\qquad \left\{\begin{array}{l} \zeta(\rho\zeta + \tau)(\rho\zeta + 3\tau) - \zeta^2 + 1 = 0, \\ \rho(\zeta^3 + 3\tau\zeta^2 + 3\rho\zeta + \tau = 0. \end{array}\right.$$

» Ces deux dernières équations sont du troisième degré en ζ. Pour qu'à leur tour elles aient une racine commune, il faut et il suffit que l'on ait

$$(\tau^2 - \rho^2)[27(\tau^2 + \rho^2)^2 - 16(\tau\rho - 1)^3] = 0.$$

» Nous laissons de côté la solution $\tau^2 = \rho^2$, qui nous fournirait l'intégrale intermédiaire $r = \pm t$, que nous avons déjà reconnue appartenir à l'équation à dérivées partielles du quatrième ordre (1), et que l'on vérifie facilement appartenir aussi à son intégrale intermédiaire du troisième ordre (9_a), en sorte qu'il reste

$$(12)\qquad 27(\tau^2 - \rho^2)^2 - 16(\tau\rho - 1)^3 = 0.$$

» Si cette condition est supposée remplie, la racine ζ commune aux deux équations (11) est

$$(13)\qquad \zeta = \frac{3\tau(\tau^2 - \rho^2) + 4\tau(\rho\tau - 1)}{3\rho(\tau^2 - \rho^2) - 4\tau(\rho\tau - 1)}.$$

» Maintenant, la condition (12) n'étant pas remplie identiquement, ne peut l'être qu'en vertu de l'équation $\mathrm{V}' = 0$; en d'autres termes, si l'intégrale intermédiaire du deuxième ordre que nous cherchons existe, elle ne peut être que l'équation (12) elle-même, et la fonction V', si elle existe, ne peut être que le premier membre de cette équation, en sorte que

$$(14)\qquad \mathrm{V}' = 27(\tau^2 - \rho^2)^2 - 16(\tau\rho - 1)^3.$$

» Nous avons ainsi déterminé les deux fonctions V' et ζ de façon à satisfaire aux trois équations (f), (g), (h); mais, pour que ces fonctions conviennent, il faut qu'elles satisfassent encore à l'équation (c). Or, *il se trouve*, comme on le vérifie aisément, qu'elles y satisfont, en effet, en vertu de l'équation (12) elle-même. Cette équation ou celle

$$27(r^2 - t^2)^2 - 16s^2(rt - s^2)^2 = 0$$

représente donc bien une intégrale intermédiaire de l'équation du troisième ordre (9), et par suite aussi de celle du quatrième ordre (1) de notre précédente Communication. »

GÉOMÉTRIE APPLIQUÉE. — *Tables graphiques et géométrie anamorphique; réclamation de priorité.* Note de M. L. **Lalanne.**

« Il vient de paraître à Berlin, sous le titre de *Six Tables graphiques pour abréger les calculs* ([1]), une brochure grand in-8°, accompagnée de planches photographiées. La première de ces six planches, à laquelle l'auteur, M. le Dr Vogler, donne le titre de Table de calcul logarithmique (*logarithmische Rechentafel*), est la reproduction de l'*Abaque* ou *compteur universel*, auquel l'Académie accordait son approbation il y a déjà plus de trente-quatre ans, sur le rapport de Cauchy, parlant au nom d'une Commission dont les autres Membres étaient Élie de Beaumont et Lamé (*Comptes rendus*, t. XVII, p. 492). Cet Abaque n'est qu'une des applications particulières d'un ordre d'idées dont la nouveauté n'a jamais été contestée depuis qu'il a été, de la part de ces savants illustres, l'objet d'un jugement favorable concluant à l'insertion, dans le *Recueil des Savants étrangers*, du Mémoire où cet ordre d'idées se trouvait exposé pour la première fois, « eu égard aux nombreuses applications que l'on peut faire des » principes qui s'y trouvent exposés ». Un de ces principes, auquel j'ai donné le nom de *principe de la graduation des coordonnées*, consiste à substituer aux coordonnées cartésiennes, dont les valeurs graphiques sont exactement proportionnelles aux valeurs numériques qu'elles représentent, des coordonnées dont les valeurs vraies soient pour chacun des deux axes une fonction déterminée de sa graduation écrite.

» Lorsque l'on veut représenter une équation à deux variables par une ligne rapportée à deux axes de coordonnées ainsi gradués, on obtient tout naturellement une ligne très-différente, en général, de celle qu'aurait donnée la graduation en parties égales. Il en résulte une déformation pour laquelle j'ai proposé le nom d'*anamorphose géométrique*.

» Parmi les applications de l'anamorphose, l'*Abaque* dont je viens de

---

([1]) *Sechs graphische Tafeln zum schnellrechnen und zum Schellquotiren, etc., nebst Gebrauchsanweisung* (Sonderausgabe), von Dr Ch. August Vogler. Berlin, Verlag von Ernst and Korn, 1877.

rappeler l'origine est celle qui a été le point de départ de toutes les autres; et, quoique la graduation puisse être utilement opérée suivant une infinité de lois différentes, la graduation logarithmique est celle que l'on applique le plus souvent. On le voit bien, même dans le recueil allemand dont il est question ici, puisque, sur quatre tableaux anamorphiques, il y en a trois qui résultent de graduations logarithmiques des axes des coordonnées.

» Deux ans avant M. Vogler, M. Herrmann, professeur à l'École polytechnique d'Aix-la-Chapelle, éditait à Brunswick, sous le titre de *Table de multiplication graphique* (¹), avec une brochure explicative de 22 pages, une planche gravée, reproduction pure et simple de l'Abaque publié en France, en 1843. Mais le nom du véritable auteur semble avoir échappé à M. Herrmann qui se réserve formellement le droit d'autoriser la traduction en français, en anglais ou en toute autre langue moderne. Cependant il existe depuis trente et un ans une traduction allemande (²) de l'Abaque français; une traduction anglaise (³) a paru à la même époque.

» Enfin M. Alb. Kapteyn, ingénieur à Ede (Gueldre), dans une *Note sur une méthode de graduation, représentation de courbes par des lignes droites* (⁴), expose la théorie et quelques applications aux calculs de Mécanique usuelle du principe de la graduation des coordonnées. Avec une loyauté à laquelle il faut rendre hommage, l'auteur ajoute :

« Après l'achèvement de cette Note, j'ai trouvé dans Armengaud quelques tables graphiques qui me font supposer que cette méthode n'est pas entièrement nouvelle, comme je le croyais jusqu'ici. »

» Il semble donc que l'on commence à s'occuper sérieusement à l'étranger d'un ordre d'idées qui, après avoir pris naissance en France, y est enseigné et pratiqué tous les jours. Deux professeurs éminents, M. Culmann dans sa *Statique graphique*, publiée en allemand à Zurich en 1875, M. Favaro dans celle qu'il a publiée en italien à Padoue en 1876, et que M. Chasles a récemment présentée à l'Académie, en donnent un exposé dont l'auteur

---

(¹) *Das graphische Einmaleins oder die Rechentafel, etc.*, entworfen von Gustav Herrmann, etc. Braunschweig, Vieweg and Sohn, 1875.

(²) *Beschreibung und Gebrauchsanweisung des Abacus or der Allgemeinen Rechnungstafeln, etc.*, Leipzig, 1846, Verlag von E.-F. Steinacker.

(³) *Explanation and use of the abacus or french unversal Reckoner, etc.* London, 1846, Joseph Thomas, 1 finch lane, cornhill.

(⁴) *Revue universelle des mines, de la métallurgie, etc.*, livraison de juillet et août 1876.

français ne peut qu'être reconnaissant. Ils n'ont fait que suivre, en cela, l'exemple de M. de la Gournerie qui y a consacré un Chapitre du Livre X de sa *Géométrie descriptive* (1864). Mais, puisque malgré cette publicité étendue, qui existe en quatre langues, mes droits de priorité semblent avoir échappé à quelques-uns de ceux qui ont écrit sur la matière, l'Académie me permettra d'indiquer les principales sources qui sont de nature à établir ces droits, en sus de celles que j'ai précédemment citées : *Nouvelles Tables graphiques* publiées avant même le Rapport de M. Cauchy (*Comptes rendus*, 2e sem. 1843), les unes par le Ministère des Travaux publics, pour les projets de chemins de fer; les autres par le Ministère de l'Intérieur, pour les projets de routes et de chemins vicinaux; *Description et usage de l'Abaque*, 1re édition, 1845; *Mémoire sur les Tables graphiques et sur la géométrie anamorphique*, dans les *Annales des Ponts et Chaussées*, 1er sem. 1846; *Nouvelles applications de la géométrie anamorphique*, même Recueil, 1er sem. 1850, etc., etc. »

PHYSIQUE. — *Deuxième Note sur l'aimantation des tubes d'acier*; par M. J.-M. Gaugain. (Extrait.)

« Lorsqu'on a aimanté, à une température élevée, un *système* formé d'un tube et d'un noyau d'acier, et qu'on le laisse refroidir sans le diviser, son aimantation subit toujours, pendant le refroidissement, une diminution considérable; mais quelquefois cette aimantation s'affaiblit sans cesser de rester *directe* et quelquefois elle change de signe après être devenue nulle. Dans le premier cas, un réchauffement du système ne produit qu'une recrudescence d'aimantation. Dans le second cas, l'aimantation intervertie par le réchauffement redevient *directe* à une certaine température. Les choses, comme on le voit, se passent absolument de la même manière que lorsqu'on opère sur un barreau plein (*voir* ma Note du 23 juillet dernier). Or, pour un système formé d'un tube et de son noyau, on ne peut pas douter que les variations du magnétisme ne soient dues à l'aimantation *inverse* du tube; il paraît donc probable que, pour un barreau plein, les mêmes variations sont également dues à la présence d'une couche de magnétisme *inverse* résidant dans une certaine partie du barreau.

» Cette assimilation me paraît confirmée par les observations suivantes. Lorsqu'un système, composé d'un tube et de son noyau, a été aimanté à chaud, on peut opérer le refroidissement de deux manières différentes : 1° on peut laisser le tube et le noyau se refroidir en présence l'un de l'autre, et

ne les séparer que lorsqu'ils sont revenus à la température ordinaire; 2° on peut, dès que l'aimantation a été effectuée, séparer le tube de son noyau et les laisser refroidir séparément. Or l'aimantation que conserve le noyau est fort différente dans les deux cas. Dans une expérience que j'ai exécutée sur un tube de 1 millimètre d'épaisseur et pour laquelle j'employais un courant assez énergique, j'ai trouvé que l'aimantation du noyau avait pour valeur + 29,2 lorsque le noyau était refroidi en présence du tube, et que cette même aimantation tombait à zéro quand le noyau était refroidi séparément.

» Ce résultat me paraît tenir à ce que, dans le premier cas, le magnétisme *inverse* développé pendant le refroidissement réside principalement, sinon exclusivement, dans le tube, et qu'on s'en débarrasse en mettant ce tube de côté; tandis que, dans le second cas, le magnétisme *inverse*, résidant à la surface du noyau, ne peut être écarté et neutralise plus ou moins complétement le magnétisme direct de celui-ci.

» Cette interprétation est justifiée par les observations suivantes. Après que l'aimantation du noyau refroidi séparément a été réduite à zéro, j'ai réchauffé graduellement le noyau : l'aimantation a reparu et elle a atteint, une valeur de 15 degrés avant de décroître de nouveau. Au contraire, lorsque le noyau a été refroidi en présence du tube et que je l'ai chauffé de nouveau, son aimantation, dont la valeur était 29,2, a commencé à décroître sans éprouver préalablement de recrudescence appréciable. Or, dans le premier cas, le magnétisme du noyau éprouve une recrudescence sous la première impression de la chaleur, parce que le noyau renferme les deux magnétismes contraires. Dans le second cas, il ne se produit pas de recrudescence, parce que le noyau ne renferme qu'une seule sorte de magnétisme.

» La théorie que je viens d'indiquer suppose que, dans les conditions où l'on opère, le magnétisme inverse réside exclusivement, ou presque exclusivement, dans le tube, et que le noyau contient exclusivement, ou presque exclusivement, du magnétisme *direct*; mais il est bien clair qu'un tel partage ne peut pas s'établir pour des tubes de toute épaisseur et pour des courants inducteurs d'intensité quelconque. Si l'on admet que, pour une intensité donnée du courant, le tube de 1 millimètre d'épaisseur soit nécessaire pour contenir tout le magnétisme *inverse* développé par la réaction du noyau, des tubes plus minces ne doivent plus être suffisants; lorsqu'on emploiera ces tubes minces, une partie du magnétisme *inverse* développé doit résider dans le noyau, et, par suite, ce noyau réchauffé doit présenter la recrudescence que je considère comme résultant de la coexis-

tence de deux magnétismes contraires. J'ai vérifié ces déductions théoriques en remplaçant, dans l'expérience citée plus haut, le tube de 1 millimètre par des tubes de $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{4}$ de millimètre, et en employant toujours le même courant que dans l'expérience primitive. J'ai trouvé que les noyaux appartenant aux trois nouveaux tubes présentaient, lorsqu'on les réchauffait, une recrudescence d'autant plus considérable que le tube était plus mince.

» Aucun des quatre tubes n'a éprouvé de recrudescence lorsque je l'ai réchauffé, et l'on conçoit qu'il n'en pouvait être autrement, puisque, dans les conditions des expériences, ces tubes n'ont dû jamais renfermer que le magnétisme *inverse*.

» Pour les tubes très-minces, de $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{2}$ millimètre, la recrudescence ne se produit dans aucun cas, de quelque manière qu'on laisse refroidir le tube : le magnétisme s'affaiblit toujours sous la première impression de la chaleur. Pour les tubes de $\frac{3}{4}$ et de 1 millimètre, il se produit une recrudescence très-marquée, uniquement dans le cas où ils ont été refroidis après avoir été séparés de leur noyau.

» De l'ensemble de ces faits il me paraît résulter que les variations de magnétisme qui se produisent, sous l'influence de la chaleur, dans un barreau d'acier plein, ne diffèrent pas de celles qui se produisent, sous la même influence dans un système composé d'un tube et d'un noyau. Les unes et les autres me paraissent dépendre du magnétisme *inverse* développé par la réaction mutuelle des couches concentriques, soit du barreau, soit du système.

» Il reste à rechercher pourquoi le magnétisme *inverse* s'affaiblit sous la première impression de la chaleur, tandis que le magnétisme *direct* n'éprouve pas d'affaiblissement dans les mêmes conditions. J'avais cru d'abord qu'on pouvait expliquer ce fait très-simplement, en disant que le magnétisme *inverse* est placé à la surface extérieure du barreau, et qu'avec le mode ordinaire de chauffage cette surface s'échauffe plus tôt que les parties intérieures; mais les expériences que j'ai exécutées dans le but de contrôler cette explication m'ont conduit à la regarder comme insuffisante. »

CHIMIE. — *Liquéfaction du bioxyde d'azote.* Note de M. **Cailletet.** (Extrait d'une Lettre à M. Berthelot).

« Je viens de liquéfier le bioxyde d'azote, en le comprimant à 104 atmosphères, la température étant de $-11°$. A $+8°$, le bioxyde est encore gazeux sous la pression de 270 atmosphères.

» Le formène pur, comprimé à 180 atmosphères, à 7 degrés, donne naissance, lorsque la pression vient à diminuer brusquement, à un brouillard, tout pareil à celui qui se produit lorsque l'on diminue tout d'un coup la pression exercée sur l'acide carbonique liquide : ce phénomène me fait espérer de réaliser aussi la liquéfaction du formène. »

M. **Berthelot** présente, à la suite de la Communication de M. Cailletet, les observations suivantes :

« Je suis heureux de transmettre à l'Académie la première annonce des résultats de M. Cailletet : ce savant, connu déjà par tant de travaux ingénieux, vient de liquéfier le bioxyde d'azote, et il n'est pas douteux que son observation sur le formène n'en indique également la liquéfaction ; le froid extrêmement intense développé pendant la détente brusque, que M. Cailletet fait succéder à une compression énergique, condense une portion du formène gazeux sous la forme d'un brouillard, qui se réchauffe aussitôt et disparaît au contact des parois du vase et du mercure.

» Cette découverte offre une importance exceptionnelle, parce qu'elle fait avancer la Science au delà d'une limite atteinte il y a cinquante ans par Faraday, qui le premier réussit à liquéfier des gaz permanents. Jusqu'ici aucun des gaz qui obéissent sans écart sensible à la loi de Mariotte, au voisinage de la pression normale, n'avait pu être liquéfié, malgré les tentatives réitérées des expérimentateurs les plus habiles. J'avais moi-même poussé la compression de quelques-uns de ces gaz jusque vers 800 atmosphères, mais sans succès. Dans les dernières années, M. Andrews nous a montré la raison de cette impuissance, en rattachant les propriétés des gaz non liquéfiables à celles des liquides qui se vaporisent entièrement, presque sans changer de volume. Il existe, dit M. Andrews, pour chaque vapeur *un point critique* de température, au-dessus duquel la vapeur ne peut être ramenée à l'état liquide par aucune pression, si grande qu'elle soit.

» Les expériences de M. Cailletet montrent que ce point critique est situé entre + 8° et — 11° pour le bioxyde d'azote. Il me paraît bien probable que la plupart des gaz non liquéfiés jusqu'à présent, tels que l'oxygène, qui s'écarte déjà de la loi de Mariotte sous les grandes pressions, et l'oxyde de carbone, ne résisteront pas aux nouveaux procédés que M. Cailletet met en œuvre avec tant de bonheur. »

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur la nitrification par des ferments organisés.* Note de MM. Th. Schlœsing et A. Muntz.

« Nous avons annoncé, dans une Communication antérieure, que le chloroforme arrête la nitrification, dans le cas particulier où de l'eau d'égout découle lentement à travers du sable, et ce fait nous a conduits à supposer que la nitrification naturelle des substances azotées est corrélative de l'existence de certains organismes. Dans le but de vérifier cette hypothèse, nous avons institué diverses expériences, qui nous ont toutes confirmés dans notre manière de voir.

» Nous avons d'abord étudié l'action du chloroforme sur des terres végétales, connues de nous pour leur aptitude à nitrifier. Deux lots de chacune de ces terres ont été placés comparativement dans des allonges fermées dont les atmosphères étaient renouvelées tous les huit jours : l'une de ces allonges contenait un petit godet rempli de chloroforme. Nous avons ainsi constaté que la nitrification était suspendue dans la terre chloroformée, pendant qu'elle se poursuivait dans l'autre. Ainsi l'action du chloroforme n'est point spéciale à l'eau d'égout : elle s'étend aussi à la terre végétale, au milieu réputé pour être le nitrificateur par excellence.

» Poursuivant toujours nos idées, nous avons voulu savoir si la terre végétale ne perdrait pas sa faculté de nitrifier, après avoir subi une température de 100 degrés, mortelle pour un grand nombre d'espèces d'organismes. Des lots de terres diverses ayant été introduits dans des allonges fermées, nous en avons chauffé une partie, pendant une heure, dans un bain d'eau bouillante, puis toutes les allonges ont été placées dans les mêmes conditions : les atmosphères intérieures étaient renouvelées en même temps avec de l'air calciné dans des tubes de métal portés au rouge. Après plusieurs semaines, nous avons constaté que toutes les terres chauffées avaient perdu la faculté de nitrifier; toutes les autres l'avaient conservée.

» Nous avons pu faire, pendant ces expériences, une intéressante observation. Dans les terres chloroformées, aussi bien que dans les terres chauffées, l'absorption de l'oxygène par la matière organique s'est continuée. On peut admettre dans les terres chauffées la présence d'organismes, agents de combustion qui auraient résisté dans un milieu alcalin, à la température de 100 degrés; mais cela n'est plus admissible dans le cas où la terre est imbibée de vapeurs de chloroforme. Il est donc rationnel d'admettre

que la combustion se continue sous l'action de forces purement chimiques. Mais, dans ces conditions spéciales, l'azote de la matière organique brûlée n'est plus transformé en acide nitrique : on le retrouve dans la terre, au moins en partie, à l'état d'ammoniaque. De nombreuses analyses comparatives nous ont confirmé ce fait. Ainsi la combustion *chimique* n'a pas été jusqu'à oxyder l'azote organique.

» Un milieu rendu incapable de nitrifier par une température de 100 degrés peut reprendre sa capacité première à la suite d'un simple ensemencement; nous citerons à l'appui l'expérience suivante : du gravier siliceux enduit artificiellement d'humate de chaux a été divisé en deux lots placés dans des vases fermés, puis exposés à une température de 100 degrés. Les deux lots sont demeurés ensuite dans des conditions identiques, à ceci près que l'un a reçu quelques centimètres cubes d'eau pure dans laquelle on avait délayé un gramme de terre végétale. Les atmosphères intérieures étaient renouvelées par de l'air calciné. Le lot ensemencé a donné une abondante récolte de nitre; l'autre n'en a pas fourni une trace.

» On a mis parfois la porosité des milieux au nombre des conditions de la nitrification. Une telle condition ne paraissant guère nécessaire au développement d'organismes inférieurs, nous avons cherché à réaliser des nitrifications sans son concours. De grands tubes verticaux, remplis avec des billes en calcaire compacte, ou avec du gravier siliceux roulé et poli par les eaux, ont reçu une dose journalière d'eau d'égout ou d'une dissolution composée avec du sucre, aliment carboné, du sulfate d'ammoniaque, aliment azoté, des phosphates et sulfates de potasse et de chaux. Ces liquides ont parfaitement nitrifié; à leur sortie des tubes, ils ne contenaient plus $\frac{1}{4}$ de milligramme d'ammoniaque par litre. Cependant ni les billes ni le gravier poli ne sont des corps poreux.

» Mais nous avons sur ce point des expériences bien plus décisives : met-on de l'eau d'égout dans un flacon, avec $0^{gr},50$ environ de carbonate de chaux, et y fait-on passer continuellement de l'air filtré sur du coton glycériné, on constate qu'après quelques semaines la totalité de l'ammoniaque a disparu, pour faire place à des nitrates. L'expérience peut ne pas réussir toujours; l'eau d'égout contient, en effet, une foule d'espèces d'organismes entre lesquels se livre une bataille pour la vie qui peut être fatale au ferment nitrique. Mais jusqu'ici elle nous a toujours donné le résultat attendu, quand l'eau d'égout, préalablement clarifiée par l'alun et filtrée, a reçu une parcelle de terreau, véhicule du ferment.

» La terre végétale, tenue en suspension dans l'eau par un courant d'air

continu, y nitrifie parfaitement. Le terreau en poudre continue également à y produire des nitrates. L'eau de mer a la même propriété que l'eau douce : dans ces deux milieux la nitrification se poursuit à la lumière comme dans l'obscurité. Il est bien certain que la porosité ne joue aucun rôle quand des matières solubles nitrifient ainsi dans l'eau.

» La nitrification dans l'eau aérée est d'ailleurs suspendue, comme dans la terre, par une ébullition préalable; et, si l'air qui traverse les appareils est bien purgé, elle demeure arrêtée, jusqu'à ce qu'on ensemence avec une parcelle de terre ou de terreau.

» En résumé, dans nos expériences, toutes les fois qu'un milieu nitrifiable est demeuré en présence du chloroforme, ou bien a été chauffé à 100 degrés, puis gardé à l'abri des poussières de l'air, la nitrification a été suspendue; mais il a été possible de la ranimer, en introduisant dans le milieu chauffé une quantité minime d'une substance, telle que le terreau, en voie de nitrification.

» Il nous reste à mettre en évidence le ferment nitrique, entreprise très-difficile, en raison de la petitesse extrême des organismes auxquels nous pensons devoir attribuer cette qualité. Toutefois, la nitrification de l'ammoniaque dans l'eau va nous permettre d'appliquer la méthode de culture et de purification employée avec tant de succès par M. Pasteur. »

ANATOMIE GÉNÉRALE. — *De la terminaison des nerfs dans les corpuscules du tact.* Note de M. L. RANVIER, présentée par M. Cl. Bernard.

« Les corpuscules du tact ([1]) existent, à un état de grande simplicité, dans la langue et le bec du canard domestique. C'est dans ces organes que je les ai étudiés d'abord, à l'aide de diverses méthodes dont je ne peux donner ici les détails; je dois me borner à signaler les résultats que j'ai obtenus.

([1]) Il y a déjà longtemps, Leydig et d'autres auteurs (voir LEYDIG, *Histologie de l'homme et des animaux;* traduct. franç., p. 222) ont signalé l'existence de corps de Pacini dans le bec de quelques oiseaux. En recherchant ces corps, Grandry (*Journal de l'Anatomie et de la Physiologie*, p. 393, 1869) trouva, dans le bec du canard domestique, des corpuscules particuliers qu'il considéra comme des organes nerveux terminaux; il ne put cependant démontrer leur connexion intime avec les nerfs. Plus récemment, Merkel (*Archiv. f. micr. Anat.*, p. 636, 1875) étendit la découverte de Grandry, en montrant que les corpuscules de ce dernier auteur sont les analogues des corpuscules de Meissner (voir FREY, *Traité d'Histologie et d'Histochimie;* 2e édition française, p. 370).

» Chez le canard, les corpuscules du tact sont abondants dans la peau qui borde le bec et dans les papilles molles, qui, par leur réunion, forment un coussinet allongé de chaque côté de la crête médiane et cornée de la langue. Ces corpuscules sont constitués par deux, trois, quatre ou un plus grand nombre de grosses cellules, disposées en pile régulière les unes au-dessus des autres. Le groupe que forment ces cellules est entouré d'une capsule lamelleuse, doublée d'une couche endothéliale continue.

» Les cellules des corpuscules du tact sont globuleuses à la manière des cellules du cartilage d'ossification. Elles contiennent un noyau sphérique, limité par un double contour et muni d'un ou de deux nucléoles volumineux, arrondis et réfringents. Lorsque deux cellules seulement composent un corpuscule du tact, elles sont hémisphériques, et leurs faces planes sont appliquées l'une sur l'autre. S'il entre plus de deux cellules dans un corpuscule, les deux extrêmes sont hémisphériques, tandis que les autres présentent deux faces aplaties qui correspondent à des faces semblables de leurs voisines. En général, chaque corpuscule du tact reçoit un seul tube nerveux. Je dois donner quelques détails sur la structure de ce tube, avant de m'occuper de sa terminaison. Il est constitué, comme toutes les fibres nerveuses à myéline qui cheminent isolément dans les tissus, par une première gaîne, la gaîne de Henle; une seconde gaîne, la gaîne de Schwann, caractérisée par les étranglements annulaires; une gaîne médullaire; enfin un cylindre-axe. La gaîne médullaire disparaît du tube nerveux au niveau ou à une faible distance du corpuscule auquel il est destiné; la gaîne de Henle s'unit et se confond avec la capsule de ce corpuscule; le cylindre-axe (entouré de la gaîne de Schwann ?) continue son trajet. Arrivé à l'espace intercellulaire unique du corpuscule, si celui-ci est composé de deux cellules seulement, il y pénètre et s'élargit en formant un disque que j'appellerai *disque tactile:* c'est là le point important de cette communication.

» Le disque tactile a une forme nummulaire, son bord est arrondi; il est constitué par une substance d'apparence homogène à un faible grossissement, se colorant en gris sous l'influence de l'acide osmique et en violet plus ou moins foncé sous celle du chlorure d'or. Il est souple, et, dans les préparations histologiques, il se montre souvent gauchi par suite du dérangement amené dans les tissus sous l'influence des réactifs ou de l'instrument qui a servi à faire les coupes. Placé entre les faces planes des deux cellules du corpuscule simple que je considère en ce moment, le disque tactile ne

les déborde jamais. Son diamètre est même inférieur à celui de ces cellules qui, se touchant au delà de son bord, l'enveloppent de toutes parts et le contiennent comme le ferait une boîte dont le fond et le couvercle seraient identiques. Lorsque trois cellules entrent dans la composition d'un corpuscule du tact, il y a deux disques tactiles; s'il y a quatre cellules, trois disques. En un mot, a représentant le nombre des disques, b celui des cellules, $a = b - 1$. De ce fait il ressort avec la plus grande évidence que *les cellules des corpuscules du tact ne sauraient être considérées comme des organes nerveux terminaux*.

» Le tube nerveux, qui se distribue aux disques d'un corpuscule du tact composé de $2 + n$ cellules, affecte des dispositions variées. Parfois il a un trajet direct et il émet à chaque intervalle cellulaire une branche qui vient s'attacher à un disque spécial. D'autres fois il s'engage tout entier dans un espace intercellulaire, s'élargit pour former un disque tactile et se reconstitue au pôle opposé au niveau duquel il chemine pour aller se jeter dans le disque suivant. Je passe sur d'autres détails, et j'arrive à une disposition qui n'est pas sans importance pour la physiologie des nerfs sensitifs. Un tube nerveux, qui a déjà fourni à un corpuscule une ramification latérale, se divise et donne une branche secondaire qui va se terminer dans un corpuscule voisin.

» Sur une coupe bien réussie d'un corpuscule du tact, faite après macération de vingt-quatre heures dans une solution d'acide osmique à 1 pour 100 et traitée ensuite par le chlorure double d'or et de potassium à 1 pour 10000, les cellules présentent des stries parallèles entre elles, légèrement incurvées et dont la direction générale est perpendiculaire à leur face plane. Dans les mêmes conditions, le disque tactile apparaît granulé lorsque la section est perpendiculaire à sa fibre nerveuse : cet aspect granulé est dû à la coupe de fibrilles provenant de l'épanouissement du cylindre-axe.

» De cette description il résulte que le disque tactile, véritable organe nerveux sensitif, est protégé contre les excitations mécaniques venues du dehors par les cellules spéciales qui l'entourent. Dès lors, il ne peut être impressionné que d'une façon indirecte; je pense même que le contact des objets extérieurs agit d'abord sur les cellules du corpuscule qui, par un mécanisme qui nous est inconnu, peut-être en produisant de l'électricité, de la chaleur ou une substance chimique irritante pour les nerfs, réagiraient à leur tour sur les disques du tact. C'est là une hypothèse dont la seule valeur, je le reconnais, est de conduire à de nouvelles recherches.

» En terminant, je dois ajouter que j'ai étudié les corpuscules du tact des doigts de l'homme et que la constitution de ces corpuscules, bien que plus complexe, est entièrement comparable à celle des corpuscules de la langue et du bec des Palmipèdes. J'y reviendrai dans une prochaine Communication sur les nerfs de la peau. »

PHYSIOLOGIE. — *Essai de stasimétrie ou de mesure de la consistance des organes.* Note de M. **Bitot**, présentée par M. Vulpian. (Extrait.)

« ... J'ai fait exécuter un instrument qui permet, non-seulement de mesurer la pression au contact, mais encore, en pénétrant dans l'intérieur des organes, de traduire la différence que peuvent présenter dans leur cohésion les éléments qui les constituent. Je désigne cet instrument sous le nom de *stasimètre* (de στάσις, consistance; μέτρον, mesure).

» Le stasimètre est une espèce de balance agissant de bas en haut et fixée à un pied mobile : son fléau tourne autour d'un axe reçu dans des trous de saphir. Au centre du fléau est attaché un pendule à poids successifs, entraînant une longue aiguille indicatrice, captive de celui-ci par son extrémité inférieure. L'extrémité supérieure de cette aiguille, parcourant un cadran méthodiquement gradué, traduit en poids l'ébranlement subi par le pendule. A l'extrémité gauche du fléau par rapport à l'observateur se trouve une aiguille dite *perforante* ou *sondante*. L'extrémité droite soutient un petit plateau contrôleur.

» Dans le Mémoire annexé à cette Note : *Étude sur le corps vitré*, je démontre, au moyen du stasimètre, la non-homogénéité du corps vitré, ce qui est conforme à l'idée émise théoriquement par Vallée dans une série de Mémoires adressés à l'Académie (*Théorie de l'œil*). L'aspiration de l'humeur hyaloïdienne, faite avec la seringue de Pravaz en différents points de la profondeur du corps vitré, confirme le résultat de mes expériences.

» J'ai fait des recherches analogues sur plusieurs autres organes, en particulier sur les centres nerveux étudiés à l'état normal et à l'état pathologique. Je me propose de communiquer prochainement à l'Académie les résultats que j'ai obtenus. »

TÉLÉGRAPHIE. — *Sur une modification du téléphone Bell, à membranes multiples.* Note de M. **Trouvé**. (Extrait.)

« L'ingénieux appareil de M. Bell ne transmet la voix, sur les lignes

ordinaires, qu'à des distances relativement courtes, par suite de la faiblesse des courants produits par le manipulateur. Nos expériences ont eu pour but de remédier à cet inconvénient, en renforçant les courants transmetteurs dans des proportions illimitées, afin de pouvoir communiquer à la même distance que le télégraphe ordinaire.

» Nous avons substitué, à la membrane unique du téléphone de M. Bell, une chambre cubique, dont chaque face, à l'exception d'une, est constituée par une membrane vibrante. Chacune de ces membranes, mise en vibration par le même son, influence un aimant fixe, également muni d'un circuit électrique. De cette sorte, en associant tous les courants engendrés par ces aimants, on obtient une intensité unique qui croît proportionnellement au nombre des aimants influencés. On peut remplacer le cube par un polyèdre dont les faces seront formées d'un nombre indéfini de membranes vibrantes, afin d'obtenir l'intensité voulue.

» Supposons maintenant une ligne établie, sur laquelle nous disposons un téléphone semblable à celui que nous venons de décrire, et divisons les membranes et les aimants en deux séries, dont les efforts sont totalisés en deux parties différentes, c'est-à-dire que les circuits des aimants soient réunis par moitié, de manière que, lorsqu'on prononcera une note sur un pareil système placé sur une ligne télégraphique, cette note envoie des courants sur le même fil en sens différent.

» On conçoit dès lors que, si une dépêche est envoyée et reçue par l'employé correspondant, cet employé, pour la transmettre, n'a qu'à prononcer la même note et les mêmes phrases; mais, en même temps qu'elle est envoyée au poste suivant, elle est également retournée comme contrôle au poste de départ, par suite de la disposition de nos deux séries. On a ainsi le contrôle le plus efficace qu'on puisse désirer.

» Un simple commutateur permet de faire agir la totalité des efforts du manipulateur sur une seule membrane du récepteur.

» Ce système, exécuté en petit, nous a donné, avec notre matériel déjà existant de télégraphie militaire, le meilleur et le plus rapide de tous les télégraphes. »

M. **Pollard** transmet à l'Académie, par l'entremise de M. du Moncel, une Note sur le téléphone.

D'après la description et le croquis donnés par le *Scientific American*, M. Pollard a tenté de construire, à Cherbourg, le téléphone de M. Graham Bell. En employant pour fil de la bobine les résidus d'une petite bobine

de Ruhmkorff (fil n° 32), et comme plaque vibrante une plaque de tôle mince de fer-blanc du commerce, il a obtenu un appareil pouvant transmettre des phrases entières à des distances variables entre 2 kilomètres et 10 kilomètres, soit sur des lignes aériennes, soit sur des lignes en partie sous-marines. Il a pu constater également l'influence, déjà signalée, des courants circulaires dans les fils voisins : la plaque vibrante est alors soumise à des déplacements brusques, produisant des crépitations analogues au bruit de la grêle contre les vitres; ces bruits insolites, tout en gênant les expériences, n'ont point empêché la communication.

« M. Th. du Moncel fait remarquer, à propos de cette Note de M. Pollard, que l'invention du téléphone pourrait être considérée comme remontant à plus de vingt ans. Il rappelle que, dans le tome II (p. 225) de la première édition de son *Exposé des applications de l'électricité*, publié en 1854, et dans le tome III de la seconde édition (p. 110), il décrit un système imaginé par M. Ch. B***, dans lequel le téléphone est indiqué à peu près tel qu'il existe actuellement; bien que la condition principale qui a résolu le problème n'y soit pas mentionnée, l'inventeur paraissait être sur la voie, car, après avoir montré la différence qui existe entre les vibrations produisant les sons musicaux et celles qui produisent les sons articulés, il dit, à la fin de sa description :

« Quoi qu'il arrive, il est certain que, dans un avenir plus ou moins éloigné, *la parole* sera transmise à distance *par l'électricité. J'ai commencé des expériences à cet égard;* elles sont délicates et exigent du temps et de la patience; mais les approximations obtenues font entrevoir un résultat favorable. »

« Dans un autre passage de sa Note, M. B*** dit :

« A moins d'être sourd et muet, qui que ce soit pourra se servir de ce mode de transmission, qui n'exigerait aucune espèce d'appareil. *Une pile électrique, deux plaques vibrantes et un fil métallique suffiraient.* »

» Il est probable, ajoute M. du Moncel, que les essais tentés par M. B*** devaient être analogues à ceux qu'a tentés dernièrement, avec une pile, M. Richemond, et qui ont fort bien réussi. M. B*** n'a pas donné signe de vie depuis vingt ans; mais sa Note est très-bien raisonnée, et montre qu'il était bien au courant des phénomènes de la Physique. Si je n'y ai pas attribué une grande importance, c'est qu'aucune disposition précise n'était indiquée.

» Quoi qu'il en soit, on ne peut se dissimuler que c'est M. G. Bell qui est l'inventeur du téléphone, car, entre une première idée et sa réalisation

définitive, il y a tout un monde; et c'est simplement parce que M. G. Bell a rendu l'*intensité des courants* transmettant les vibrations de la voix *solidaire de leur amplitude et de leurs inflexions*, que le problème a pu être résolu. Maintenant, plusieurs savants et inventeurs cherchent à perfectionner le teléphone, et parmi eux nous citerons : MM. Edison, Varley, Richemond, etc. ([1]). »

M. E. **Maumené** adresse une nouvelle Note au sujet de la chaleur dégagée par le mélange de l'acide sulfurique et de l'eau.

L'auteur persiste dans l'assertion, déjà plusieurs fois émise par lui, que le mélange d'acide sulfurique et d'eau dégage des quantités de chaleur différentes, selon que l'acide a été récemment chauffé jusqu'à l'ébullition, ou qu'il a été conservé depuis longtemps.

M. E. **Maumené** adresse quelques remarques sur la Note récente de M. *Courtonne*, concernant la solubilité du sucre.

M. le général **Morin** entretient l'Académie d'un nouvel appareil de sondage, destiné aux travaux d'hydrographie des côtes, imaginé par M. Pereira Pinheiro, lieutenant de la marine brésilienne.

« J'ai reçu de S. M. l'empereur don Pedro, dit M. le général Morin, pour être communiqué à l'Académie, un article du *Journal officiel* du Brésil, dans lequel il est rendu un compte sommaire des expériences que la Direction générale du service hydrographique a fait exécuter, au mois d'août dernier, à l'aide d'un appareil de sondage qui a été imaginé par M. Pereira Pinheiro, et auquel l'auteur a donné le nom de *sondographe*.

» L'objet de l'auteur est de fournir, pour les recherches d'Hydrographie, un moyen simple et pratique d'obtenir, sur le pont même d'un navire d'exploration en marche, sous la main de l'officier de quart, une représentation graphique continue des profondeurs d'eau dans la portion parcourue, quelles que soient les variations, plus ou moins brusques, qu'elles puissent présenter.

» Un Rapport de M. le baron de Teffé, directeur général du service hydrographique du Brésil, sur les expériences d'essais exécutées le 13 août dernier, n'est malheureusement pas accompagné de la description de

---

([1]) Je décris actuellement tous ces systèmes dans le cinquième volume de mon *Exposé des applications de l'electricité*, actuellement sous presse, et qui paraîtra à la fin de l'année.

l'appareil, et l'on s'est borné à signaler la concordance très-satisfaisante des profondeurs d'eau fournies par les tracés, avec celles qu'accusait directement la sonde. Ces expériences ont été exécutées à l'aide d'un bateau à vapeur, dont la marche était d'environ 6 kilomètres à l'heure, et par des tirants d'eau compris entre 2 et 8 mètres seulement; mais elles ont eu lieu en passant sur des récifs très-accidentés, sans que l'instrument ait éprouvé aucune avarie.

» Le parti que l'hydrographie des côtes peut tirer d'un appareil de ce genre m'a paru assez important pour que j'aie cru pouvoir demander à l'illustre Associé de l'Académie de vouloir bien faire adresser à la Société une description détaillée de celui de M. le lieutenant Pereira Pinheiro, accompagnée de dessins, des résultats des expériences et même d'un modèle susceptible de fonctionner, afin que la Section de Géographie et de Navigation puisse être invitée à l'examiner. »

A 4 heures un quart, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 6 heures. J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 12 novembre 1877.

(suite.)

Valvata disjuncta, *G. Dollf. Espèce nouvelle des meulières supérieures des environs de Paris; par* G. Dollfus. Bruxelles, typogr. Weissenbruch, 1877; opusc. in-8°.

Contributions à la faune des marnes blanches supérieures au gypse; par M. G. Dollfus. Meulan, impr. Masson; opusc. in-8°.

Report of the meteorological Committee of the royal Society, for the period of seventeen months ending 31st *may* 1877. London, G. Eyre and W. Spottiswoode, 1877; br. in-8°.

The optical deportment of the atmosphere in relation to the phenomena of putrefaction and infection; by John Tyndall. London, Trubner and C°, 1876; in-4°. (From the *Philosophical Transactions of the Royal Society*.)

Further researches on the deportment and vital persistence of putrefactive and

infective organism, from a physical point of view; by John Tyndall. London, 1877; in-4°. (From the *Philosophical Transactions of the Royal Society.*)

Riposta del socio P. Volpicelli *alle obbiezioni fatte dal prof. G. Pisati contro la moderna teorica di Melloni sulla elettrostatica induzione.* Roma, 1877; in-4°. (Reale Accademia dei Lincei.)

Anuario del Observatorio de Madrid, año XIII, 1873; año XIV, 1876. Madrid, impr. de Miguel Ginesta, 1872 et 1875; 2 vol. in-8°.

Observaciones meteorologicas efectuadas en el Observatorio de Madrid, 1870-1871, 1871-1872, 1872-1873. Madrid, impr. de Miguel Ginesta, 1872-1874; 3 vol. in-8°.

Resumen de las observaciones meteorologicas efectuadas en la Peninsula, 1870-1871, 1871-1872, 1872-1873. Madrid, impr. de Miguel Ginesta, 1872-1875; 3 vol. in-8°.

ERRATA.

(Séance du 19 novembre 1877.)

Page 922, ligne 1, *au lieu de* (dont Newton ne parle guère, 1717), *lisez* (dont Newton ne parle qu'en 1717).

Page 923, ligne 3, *au lieu de* J.-Ét. Geoffroy, *lisez* François-Étienne Geoffroy.

Page 924, ligne 10, *au lieu de* m'être occupé, *lisez* avoir commencé à m'occuper.